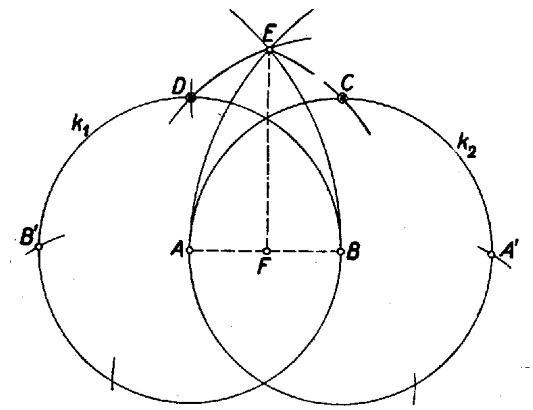
I. megoldás: Rajzoljuk meg az A és B pontok köré az $AB = 1$ sugarú k_1 és k_2 köröket. Mérjünk ezek kerületére A, ill. B-ből kiindulva háromszor az egységnyi húrt, nyerjük az A' (A tükörképe B-re nézve) és a B' (B tükörképe A-ra nézve) pontokat (1. ábra).



1. ábra

A' és B' köré $A'A = B'B = 2$ sugarú köröket rajzolva, ezek metszéspontja szolgáltatja az E pontot. Bebizonyítjuk, hogy $AE (= BE) = \sqrt{2}$, vagyis AE a keresett négyzet átlója.

Bizonyítás: Ha AB (ill. $A'B'$) felezőpontját F-fel jelöljük, akkor $EF \perp A'B'$. Pythagoras tétele alapján $EF^2 = A'E^2 - A'F^2 = 2^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{7}{4}$, s így

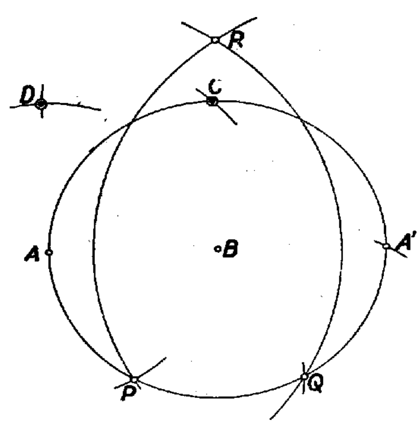
$$AE^2 = EF^2 + AF^2 = \frac{7}{4} + \frac{1}{4} = 2.$$

Tehát A körül $AE = \sqrt{2}$ sugárral rajzolt kör metszi ki k_2-ből a négyzet C csúcsát. A D csúcs megszerkesztése most már kézenfekvő.

Természetesen ugyanígy szerkeszthető meg az $ABCD$ négyzet $ABC'D'$ tükörképe is.

Dániel Gábor (Bp. VIII., Piarista g. II. o. t.)

II. megoldás: Szerkesszük meg (mint az I. megoldásban) az A pontnak B-re vonatkozó A' tükörképét (2. ábra).



2. ábra

Az AA' köríven legyenek a keletkező osztópontok P és Q ($AP = PQ = QA' = AB = 1$). AQ (mint egy egységoldalú szabályos háromszög magasságának kétszerese, vagy mint az egységsugarú körbe írt szabályos háromszög oldala) $= \sqrt{3}$. Ha AA', mint alap, fölé megszerkesztjük az $AA'R$ egyenlő szárú háromszöget, ahol $AR = A'R = AQ = \sqrt{3}$, akkor a Pythagoras-tétel értelmében

$$BR = \sqrt{AR^2 - AB^2} = \sqrt{3-1} = \sqrt{2}.$$

A szerkesztés most már kézenfekvő ($AC = BR$).

Bayer Magda (Bp. XX., Bagi lg. II. o. t.)

Megjegyzés: Volt olyan megoldás, amely érintkező körök érintési pontját használta fel. Ez természetesen nem volt elfogadható, mert csak két kör *különböző* metszéspontjait tekintjük megszerkesztetteknek.