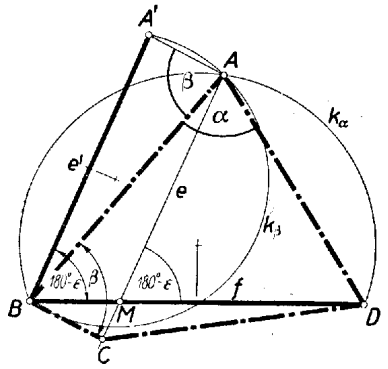
I. megoldás: Képzeljük az $ABCD$ négyszöget megszerkesztettnek (1. ábra).



1. ábra

A $CA = e$ átlót toljuk el önmagával párhuzamosan a $BA' = e'$ helyzetbe. Akkor az $A'AB\sphericalangle$ mint váltószög egyenlő az $ABC\sphericalangle = \beta$ szöggel, a $DBA'\sphericalangle$ pedig mint megfelelő szög egyenlő $DMA\sphericalangle = 180° - \varepsilon$ szöggel. Az A csúcspontból tehát a $BD = f$ szakasz α, a BA' szakasz β szög alatt látszik.

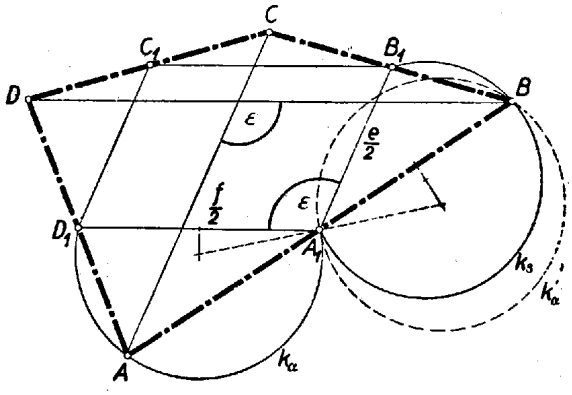
Eszerint a szerkesztés menete: Kiindulunk a B csúcsú $180° - \varepsilon$ szögből, melynek száraira rámérjük a $BA' = e' = e$, és a $BD = f$ távolságokat. Megrajzoljuk a BD, ill. BA' szakasz fölé az α, ill. β szögnek megfelelő k_α, ill k_β látószög-körívet. E két körívnek B-n kívül mindig van még egy közös pontja: A. Az A pont birtokában a C pont megszerkesztése már nem okoz nehézséget.

A megoldhatóság feltétele: k_α és k_β egyik közös pontja mindig B, tehát mindig létezik a másik közös pont A. Ez nem eshetik egybe B-vel, mert akkor a két kör érintkeznék, ami csak úgy volna lehetséges, hogy e' és f egy egyenesbe esik, vagyis $\varepsilon = 0$, de ez esetben nincs négyszög.

Ha k_α azonos k_β-val, akkor az A, A', B és D pontok egy körön vannak, és így az A-nál levő $(\alpha + \beta)\sphericalangle$ és a B-nél levő $180° - \varepsilon$ szög egy húrnégyszög két szemközti szöge, tehát $\alpha + \beta + 180° - \varepsilon = 180°$, azaz $\alpha + \beta = \varepsilon$, vagyis ε nem független adat. Ez esetben végtelen sok megoldást kapunk: az egybeeső két kör minden pontja tekinthető A-nak.

Máté Zsolt (Szeged, Radnóti g. I. o. t.)

II. megoldás: Képzeljük a feladatot megoldottnak (2. ábra).



2. ábra

A négyszög oldalainak felezőpontjai meghatározzák az $A_1B_1C_1D_1$ paralelogrammát, amelynek oldalai $\frac{e}{2}$, $\frac{f}{2}$, és egyik szöge ε. Az A, ill. B pont rajta van az A_1D_1, ill. A_1B_1 fölé rajzolt k_α, ill k_β látószög-köríven oly módon, hogy $AA_1 = A_1B$.

A szerkesztés menete: Kiindulunk az $A_1B_1C_1D_1$ paralelogrammából, amely az e, f, ε adatokból könnyen megszerkeszthető. Megrajzoljuk a fentemlített k_α és k_β látszög-köriveket. E két kör közös A_1 pontján át kell egy olyan szelőt szerkeszteni, amelyen a két körben levő húr egyenlő. Mint ismeretes, az egyik körnek, pl. k_α-nak A_1-re vonatkozó k'_α tükörképe metszi ki k_β-ből a B pontot. Innen kezdve a szerkesztés befejezése már kézenfekvő.

Mindig van egy, és csakis egy megoldás, kivéve amikor $\alpha + \beta = \varepsilon$, ez esetben $k'_\alpha \equiv k_\beta$, és végtelen sok megoldást nyerünk.

Brodszky Ildikó (Bp. VIII., Ságvári lg. II. o. t.)