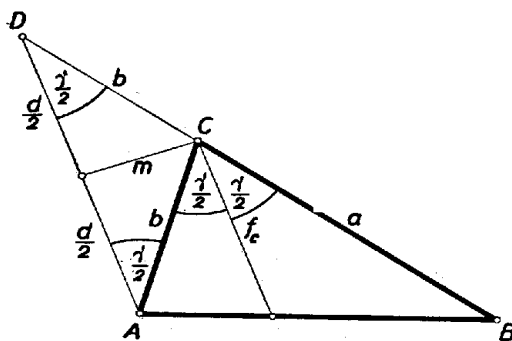


I. megoldás: Messe az A csúcson át az f_c -vel párhuzamosan húzott egyenes a $BC = a$ oldal meghosszabbítását egy D pontban (lásd az ábrát).



A szögekről leolvasható, hogy $CD = CA = b$. Az ABC_{Δ} és ACD_{Δ} területének aránya $a : b$, mert az A csúcson kiinduló magasság e két háromszögben közös. Ha a területeket t , ill. t_1 -gyel jelöljük, akkor tehát $t : t_1 = a : b$, vagyis az ABC_{Δ} keresett területe

$$t = \frac{a}{b} t_1.$$

A t_1 -et azonban könnyen ki tudjuk fejezni f_c -vel. Legyen az ACD_{Δ} -ben az AD oldal d , az erre merőleges magasság m , akkor

$$d : f_c = (a + b) : a, \quad \text{vagyis} \quad d = \frac{(a + b)f_c}{a},$$

másrészt Pythagoras tétele alapján

$$m = \sqrt{b^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2} = \sqrt{b^2 - \frac{(a + b)^2 f_c^2}{4a^2}} = \frac{1}{2a} \sqrt{4a^2 b^2 - (a + b)^2 f_c^2}$$

és így

$$\begin{aligned} t &= \frac{a}{b} \cdot t_1 = \frac{a}{b} \cdot \frac{dm}{2} = \frac{a}{b} \cdot \frac{(a + b)f_c}{4a^2} \sqrt{4a^2 b^2 - (a + b)^2 f_c^2} = \\ &= \frac{(a + b)f_c}{4ab} \sqrt{4a^2 b^2 - (a + b)^2 f_c^2}. \end{aligned}$$

Halász Gábor (Bp. II., Rákóczi g. II. o. t.)

II. megoldás: Az f_c szögfelező két háromszögre bontja az ABC_{Δ} -et, melynek t területe tehát egyenlő e két háromszög területének összegével, vagyis

$$(1) \quad \begin{aligned} 2t &= ab \sin \gamma = af_c \sin \frac{\gamma}{2} + bf_c \sin \frac{\gamma}{2} = (a + b)f_c \sin \frac{\gamma}{2}. \\ \sin \gamma \text{ helyében } 2 \sin \frac{\gamma}{2} \cos \frac{\gamma}{2} \text{-et írva, és } \sin \frac{\gamma}{2} \text{-vel } \left(\sin \frac{\gamma}{2} \neq 0 \right) \end{aligned}$$

osztva

$$2ab \cos \frac{\gamma}{2} = (a + b)f_c,$$

amiből

$$(2) \quad \cos \frac{\gamma}{2} = \frac{(a + b)f_c}{2ab}.$$

Tehát (1)-ből a keresett t terület (2) figyelembevételével

$$\begin{aligned} t &= \frac{(a + b)f_c}{2} \sqrt{1 - \cos^2 \frac{\gamma}{2}} = \frac{(a + b)f_c}{2} \sqrt{1 - \frac{(a + b)^2 f_c^2}{4a^2 b^2}} = \\ &= \frac{(a + b)f_c}{4ab} \sqrt{4a^2 b^2 - (a + b)^2 f_c^2}. \end{aligned}$$

Heinemann Irén (Pécs, Leöwey K. lg. I. o. t.)