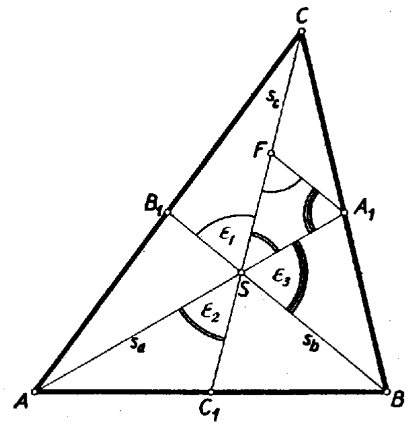
I. megoldás: Megmutatjuk, hogy az adott súlyvonalakkal szerkesztett háromszög szögei megegyeznek a keresett háromszög súlyvonalainak egymással bezárt szögeivel. Képzeljük a feladatot megoldottnak. A betűzést és jelölést az 1. ábra mutatja.



1. ábra

Húzzuk meg a CBS $\triangle$-ben az A_1F középvonalat, akkor az így nyert A_1SF $\triangle$ oldalai – mint ismeretes – a súlyvonalak harmadrészei: $A_1S=\frac{1}{3}s_a$, $SF=\frac{SC}{2}=\frac{1}{3}s_c$, és $FA_1=\frac{SB}{2}=\frac{1}{3}s_b$.

A A_1FS $\triangle$ szögeire vonatkozólag pedig az ábráról leolvasható: $A_1\sphericalangle=\varepsilon_3$, és $F\sphericalangle=\varepsilon_1$ mint váltószögek, $S\sphericalangle=\varepsilon_2$ mint csúcsszög. Ezzel állításunkat igazoltuk.

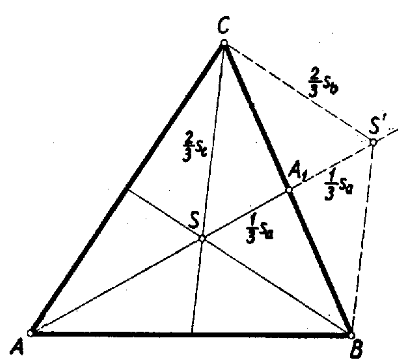
A meggondolás azt mutatja, hogy egy háromszög súlyvonalaiból mindig szerkeszthető háromszög.

A megszerkesztett s_a, s_b, s_c oldalú háromszögben az ezen oldalakkal szemben fekvő szögek rendre $\varepsilon_1=s_bs_c\sphericalangle$, $\varepsilon_2=s_as_c\sphericalangle$, $\varepsilon_3=s_bs_c\sphericalangle$. E szögek ismeretében a keresett ABC $\triangle$ már könnyen szerkeszthető.

A megoldhatóság feltétele, hogy az adott s_a, s_b, s_c szakaszokból háromszög legyen szerkeszthető, vagyis bármelyik kettő összege nagyobb legyen a harmadiknál.

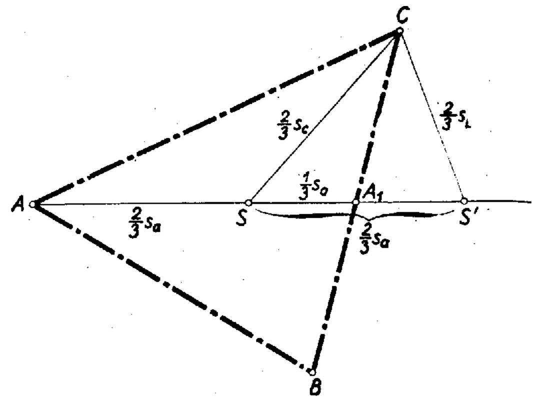
Bognár László (Veszprém, Lovassy L. g. II. o. t.)

II. megoldás: Képzeljük a feladatot megoldottnak. Legyen az S súlypontnak centrális tükörképe egy oldal, pl. BC oldal A_1 felezőpontjára (2. ábra) nézve S'.



2. ábra

A nyert $SBS'C$ négyszög paralelogramma, mert az átlók felezik egymást, és így $S'C\#BS=\frac{2}{3}s_b$. Továbbá, mint ismeretes, $CS=\frac{2}{3}s_c$ és $SS'=2SA_1=2\cdot\frac{1}{3}s_a=\frac{2}{3}s_a$. Tehát az $SS'C\triangle$ oldalai rendre $\frac{2}{3}s_a$, $\frac{2}{3}s_b$, $\frac{2}{3}s_c$, és így ez a háromszög egyszerűen megszerkeszthető.



3. ábra

Az $SS'C$ △ kiegészítése ABC háromszöggé kézenfekvő, amint azt a 3. ábra mutatja.

Szász Domokos (Bp. V., Eötvös J. g. II. o. t.)

Megjegyzés: Figyeljük meg: Az $SS'C_\triangle$ súlyvonalai egyenlők az $ABC_\triangle$ oldalainak felével. Ebből az is következik, hogy ha az s_a, s_b, s_c oldalakkal szerkesztünk háromszöget (I. megoldás), akkor ebben a háromszögben a súlypont távolsága a csúcspontoktól egyenlő a keresett háromszög oldalainak felével. (Újabb szerkesztési mód.)