

I. megoldás: Tekintsük az egész munkát egységnek, és jelöljük A, B, C, D 1 napi teljesítményét rendre x, y, z, u -val, akkor a feladat szerint

$$(1) \quad x + y + z = \frac{1}{12},$$

$$(2) \quad x + y + u = \frac{1}{15},$$

$$(3) \quad x + z + u = \frac{1}{18},$$

$$(4) \quad y + z + u = \frac{1}{20}.$$

E négy egyenletet összeadva:

$$3(x + y + z + u) = \frac{1}{12} + \frac{1}{15} + \frac{1}{18} + \frac{1}{20} = \frac{138}{540} = \frac{23}{90},$$

amiből

$$(5) \quad x + y + z + u = \frac{23}{270}.$$

Tehát a négy munkás együtt dolgozva $270 : 23 = 11\frac{17}{23}$ nap alatt végezné el az egész munkát.

a) Ha (5)-ből kivonjuk (4)-et, megkapjuk A 1 napi teljesítményét

$$x = \frac{23}{270} - \frac{1}{20} = \frac{19}{540}.$$

Ezt a munkát – mely az első napon kiesett – kell a végén, $11\frac{17}{23}$ nap után, együttes munkával pótolni. Mivel négyen együtt 1 nap alatt $\frac{46}{540}$ -et teljesítenek, azért $\frac{19}{540}$ teljesítéséhez $\frac{19}{46}$ napra van szükségük, tehát – ha A az első napon hiányzik – akkor a munka

$$11\frac{34}{46} + \frac{19}{46} = 12\frac{7}{46}$$

nap alatt készül el.

b) 11 munkanap alatt együttesen elvégeznek $11 \cdot \frac{23}{270} = \frac{253}{270}$ -et, marad tehát az utolsó napra $\frac{17}{270}$. Ezen az utolsó napon csak A, B, D dolgozik. A, B és D 1 napi teljesítménye $\frac{1}{15}$, tehát $\frac{17}{270}$ -et $\frac{17}{270} : \frac{1}{15} = \frac{17 \cdot 15}{270} = \frac{17}{18}$ nap alatt teljesítenek.

Tehát a b) esetben $11\frac{17}{18}$ nap alatt készül el a munka.

Magos András (Bp. II., Rákóczi g. II. o. t.)

II. megoldás: a) A nélkül az első napon, amint azt (4) mutatja $\frac{1}{20}$ készül el, tehát marad $\frac{19}{20}$. Mivel (5) szerint együttesen dolgozva 1 nap alatt $\frac{23}{270}$ -et végeznek, azért a hátralevő $\frac{19}{20}$ elvégzéséhez $\frac{19}{20} : \frac{23}{270} = 11\frac{7}{46}$ nap szükséges, tehát az egész munka.

$$1 + 11\frac{7}{46} = 12\frac{7}{46}$$

nap alatt készül el.

b) Változatlan.

Ortutay Miklós (Hajdunánás, Kőrösi Csoma g. I. o. t.)

III. megoldás: a) Ha (5)-ből rendre kivonjuk (4)-et, (3)-at, (2)-t és (1)-et, akkor nyerjük, hogy 1 nap alatt

$$A \text{ teljesítménye} \quad \frac{23}{270} - \frac{1}{20} = \frac{19}{540},$$

$$B \quad ,, \quad \frac{23}{270} - \frac{1}{15} = \frac{16}{540},$$

$$C \quad ,, \quad \frac{23}{270} - \frac{1}{18} = \frac{10}{540},$$

$$D \quad ,, \quad \frac{23}{270} - \frac{1}{12} = \frac{1}{540}.$$

u nap alatt, ha A egy teljes napig nem dolgozik, az együttes teljesítmény

$$(u - 1) \frac{19}{540} + u \frac{16}{540} + u \frac{10}{540} + u \frac{1}{540} = 1,$$

amiből

$$46u = 540 + 19, \quad \text{vagyis} \quad u = \frac{559}{46} = 12 \frac{7}{46} \text{ nap.}$$

b) Változatlan. A fenti eljárás természetesen itt nem alkalmazható, mert C hiányzása az *utolsó* munkanapon nem egy *teljes* nap.

Tatai Péter (Bp. XIV., I. István g. II. o. t.)

Megjegyzés: Itt, a III. megoldásban, látjuk, hogy D teljesítménye a másik háromhoz viszonyítva aránytalanul kevés, és így már érthető, hogy amíg A , B , C együtt 12 nap alatt végeznék el a munkát, addig négyen együttvéve sem sokkal kevesebb idő $\left(11 \frac{17}{23} \text{ nap}\right)$ alatt készülnének el.