

I. megoldás: Legyen a keresett szám $100x + 10y + z$, akkor, a feladat szerint

$$(1) \quad 100x + 10y + z = 100z + 10y + x - 198,$$

$$(2) \quad 100x + 10y + z = 100x + 10z + y - 9,$$

$$(3) \quad x^2 + y^2 + z^2 - 2 = 4(x + y + z).$$

$$(1\text{-ből}) \quad x = z - 2,$$

$$(2\text{-ből}) \quad y = z - 1.$$

Ezeket az értékeket (3)-ba helyettesítve

$$(z - 2)^2 + (z - 1)^2 + z^2 - 2 = 4[(z - 2) + (z - 1) + z] = 12(z - 1).$$

Rendezve és egyszerűsítve

$$z^2 - 6z + 5 = 0,$$

amiből

$$z_1 = 5, \quad [z_2 = 1.]$$

Utóbbi gyök nem jöhet számításba, mert ez esetben $x = -1$ volna.

Tehát

$$z = 5, \quad x = z - 2 = 3, \quad y = z - 1 = 4,$$

vagyis a keresett szám 345.

Halász Gábor (Bp. II., Rákóczi g. II. o. t.)

II. megoldás: Kevesebb számolással jutunk célhoz, ha (3) egyenletből indulunk ki, és kihasználjuk azt a tényt, hogy x, y, z pozitív (egyjegyű) egész számok.

(3) így írható:

$$(x - 2)^2 + (y - 2)^2 + (z - 2)^2 = 14,$$

vagyis 14 három egész szám négyzetének összegére bontandó.

A legnagyobb négyzetszám 9 kell hogy legyen, mert különben összegül legfeljebb 12-t kapunk, így csak az $1^2 + 2^2 + 3^2 = 14$, felbontás lehetséges, vagyis a keresett szám számjegyei: 3, 4, 5.

Az első két feltételből következik, hogy $z > x$, és $z > y$, tehát $z = 5$, és így a keresett szám vagy 345, vagy 435. De 435 nem tesz eleget az (1) és (2) követelményeknek, tehát csak 345 lehet a megoldás, és 345 tényleg megfelel.