(1) a-szorosát vonjuk ki (2)-ből, majd (2) a-szorosát (3)-ból, nyerjük, hogy

$$(b-a)y+(c-a)z=d-a, \tag{4}$$
$$b(b-a)y+c(c-a)z=d(d-a). \tag{5}$$

(4)-nek a c-szeresét, illetve b-szeresét levonva (5)-ből, nyerjük, hogy

$$(b-c)(b-a)y=(d-c)(d-a), \quad \text{ill.} \quad (c-b)(c-a)z=(d-b)(d-a),$$

ahonnan, ha a, b, c különböző számok,

$$y=\frac{(d-a)(d-c)}{(b-a)(b-c)}, \qquad z=\frac{(d-a)(d-b)}{(c-a)(c-b)}.$$

(1)-ből (vagy a, b, c és egyidejűleg x, y, z ciklikus felcserélésével)

$$x=\frac{(d-b)(d-c)}{(a-b)(a-c)}.$$

Tehát mindig van egy és csakis egy megoldás, amíg az a, b, c együtthatók között nincs két egyenlő.

Ha legalább két együttható egyenlő, pl. $a=b$, akkor kimutatjuk, hogy csak akkor van megoldás, ha $d=c$, vagy $d=a=b$, és a megoldások száma ez esetben végtelen sok.

Ugyanis bevezetve az $x+y=u$ új ismeretlent, egyenletrendszerünk így alakul:

$$u+z=1, \tag{1'}$$
$$au+cz=d, \tag{2'}$$
$$a^2u+c^2z=d^2, \tag{3'}$$

(1′) a-szorosát vonjuk ki (2)-ből, és (2′) a-szorosát (3)-ból:

$$(c-a)z=d-a, \quad \text{illetőleg} \tag{4'}$$
$$c(c-a)z=d(d-a). \tag{5'}$$

(4′) c-szeresét levonva (5′)-ből

$$(d-c)(d-a)=0,$$

tehát megoldás csak akkor létezik, ha $d=c$, vagy $d=a$.

Ebben az esetben is csak z-t és $u=x+y$-t határozza meg az egyenletrendszer (nem feltétlenül egyértelműen), tehát x mindig tetszőlegesen választható. Pontosabban, ha $c\neq a$, akkor a nyert két lehetőség szerint

$$z=1, \quad u=x+y=0, \quad \text{illetőleg} \quad z=0, \quad u=x+y=1,$$

ha pedig $a=b=c$, akkor d is ezzel a közös értékkel egyenlő.

Ez esetben csak az

$$x+y+z=1$$

határozatlan egyenlet marad.

Pödör Bálint (Bp. II., Rákóczi g. II. o. t.)