

Megoldás: A 656. feladatban (1955. októberi szám, 57. old.) megállapított szükséges és elégséges feltétel, hogy egy negyedfokú egyenlet másodfokúra redukálható legyen, jelen esetben teljesül. Ugyanis

$$a = \frac{18}{27} = \frac{2}{3}, \quad b = 0, \quad c = -\frac{1}{27},$$

és így

$$a^3 - 4ab + 8c = \frac{8}{27} - \frac{8}{27} = 0.$$

Az ott megadott $x = z - \frac{a}{4} = z - \frac{1}{6}$ transzformációval kapjuk a

$$\left(z - \frac{1}{6}\right)^4 + \frac{2}{3} \left(z - \frac{1}{6}\right)^3 - \frac{1}{27} \left(z - \frac{1}{6}\right) + 1 = z^4 - \frac{1}{6}z^2 + \frac{1301}{1296} = 0$$

egyenletet.

Ennek a z^2 -ben másodfokú egyenletnek diszkriminánsa negatív, és így valós gyökei nem lehetnek az egyenletnek.

Simon László (Bp., XI., József A. g. II. o. t.)

II. megoldás: Vegyük észre, hogy egyenletünket 12-vel szorozva és a baloldalhoz $36x^2$ -et hozzáadva és le is vonva, a baloldal teljes négyzetté egészíthető ki:

$$324x^4 + 216x^3 + 36x^2 - 36x^2 - 12x + 1 = -11,$$

azaz

$$(18x^2 + 6x - 1)^2 = -11.$$

A baloldal valós x esetén nem lehet negatív, míg a jobboldal negatív, tehát egyenletünket valós gyök nem elégítheti ki.

Sárközy András (Gyöngyös, Vak Bottyán g. II. o. t.)