

**I megoldás:** Két 4-jegyű szám hányadosa csak 1-jegyű lehet, tehát a kérdéses, hányados 1, 4 vagy 9.

Ha a hányados 1 volna, akkor mindkét négyzetszám  $\overline{xyyx}$  alakú volna. Ez azonban osztható 11-gyel, a 11-gyel való oszthatósági szabály szerint. Feltételeinknek tehát csak  $33^2 = 1089$ ,  $44^2 = 1936$ ,  $55^2 = 3025$ ,  $66^2 = 4356$ ,  $77^2 = 5929$ ,  $88^2 = 7744$ ,  $99^2 = 9801$  felelhetne meg, de ezek egyike sem  $\overline{xyyx}$  alakú.

$\overline{xyzt} = 4 \cdot \overline{tzyx}$  is lehetetlen, mert a baloldal páros négyzetszám lévén csak 0,4 vagy 6-ra végződhetne. Azonban  $t \geq 3$  esetén a jobboldal 5 jegyű;  $t = 0$  esetén pedig  $z = 0$  és így  $100\overline{xy} = 4\overline{yx}$ , vagyis  $996x = -60y$  kellene, hogy fennálljon.

Tehát csak

$$\overline{xyzt} = 9 \cdot \overline{tzyx}$$

jöhet számításba.

Ez esetben  $t \geq 2$  esetén a jobboldal már nem négyjegyű, tehát szükségképpen

$$t = 1, \quad \text{és így} \quad x = 9,$$

vagyis

$$9000 + 100y + 10z + 1 = 9(1000 + 100z + 10y + 9),$$

ahonnan

$$y - 89z = 8.$$

Ezen egyenletnek nem negatív egyjegyű egész számokban

$$z = 0, \quad y = 8$$

az egyetlen megoldása.

Feladatunknak tehát csak a 9801, 1089 számpár felelhet meg; az azonban valóban megfelel, mert

$$9801 = 99^2 = 9 \cdot 1089 = 3^2 \cdot 33^2.$$

*Szatmáry Zoltán (Bp. VIII., Piarista g. II. o. t.)*

**II. megoldás:** Miután megállapítottuk, hogy a hányados csak 9 lehet, abból következik, hogy a  $\overline{tzyx}$ -nek felső határa  $\frac{10000}{9}$ , vagyis

$$1000 < \overline{tzyx} \leq 1111.$$

De 1000 és 1111 közé csak 32-nek és 33-nak négyzete esik.  $32^2 = 1024$  nem felel meg, mert 4201 nem négyzetszám, viszont  $33^2 = 1089$  megfelel, mert  $9801 = 99^2 = 9 \cdot 1089$ .

*Surányi Gyula (Bp. I., Toldy Ferenc g. II. o. t.)*