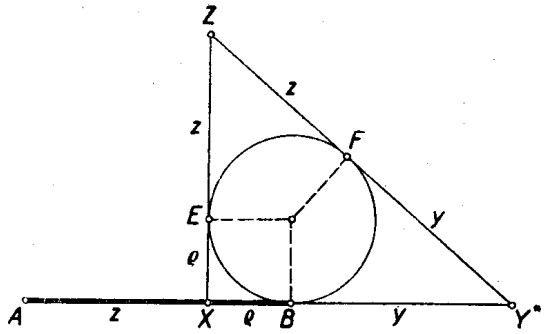
Szerkesszünk az adott A és B pont közé a $\lambda = \dfrac{AX}{BX}$ arányhoz tartozó X pontot, továbbá olyan ZXY^* derékszögű háromszöget, melynek egyik befogója $XZ = AB$, beírt körének sugara $\varrho = XB$. A háromszöget olyan helyzetben rajzoltuk (lásd ábrát), hogy XY^* befogója az adott egyenesre essék rá.



A beírt kör érintési pontjai B, E és F, amelyek az oldalakat ϱ, y és z hosszúságú szakaszokra bontják, úgyhogy

$$XB = XE = \varrho, \quad ZE = ZF = z = AX, \quad BY^* = FY^* = y. \tag{1}$$

Alkalmazzuk a ZXY^* háromszögre Pythagoras tételét

$$(\varrho + y)^2 + (\varrho + z)^2 = (z + y)^2 \tag{2}$$

Átalakítva és egyszerűsítve

$$\varrho(z + \varrho + y) = zy, \tag{3}$$

amit (1) alapján így is írhatunk

$$XB \cdot AY^* = AX \cdot BY^*, \tag{4}$$

ahonnan

$$\frac{AX}{XB} = \frac{AY^*}{BY^*} = \lambda.$$

Eszerint az Y^* pont megegyezik az Appollonius kör másik metszéspontjával, a feladat szerint Y-nal jelölt ponttal.

Miután pedig $\varrho \neq XB$ esetén az előbbitől különböző Y^* ponthoz jutunk, $\varrho \neq XB$ esetén nem állhat fenn a (4) feltétel. Eszerint (4)-ből $\varrho = XB$ következik.

Megjegyzés: Ahelyett, hogy a ZXY^* háromszögre a Pythagoras-tételt alkalmaznánk, felhasználhatjuk az alábbi 251. gyakorlatban bizonyított állítást:

$$zy = \frac{(\varrho + y)(\varrho + z)}{2},$$

amelyből szintén az elözö megoldás (3) egyenletét nyerjük.

Kozma Tibor (Győr, Bencés g. II. o. t.)