

Egyenletünk így is írható

$$(1) \quad (x - y)(x + y) = a^2.$$

I) Ha a páratlan, akkor válasszuk az x és y pozitív egész számokat úgy, hogy

$$\begin{aligned} x - y &= 1, \\ x + y &= a^2. \end{aligned}$$

Ezen egyenletrendszerből adódó

$$x = \frac{a^2 + 1}{2} \quad \text{és} \quad y = \frac{a^2 - 1}{2}$$

értékek mindig pozitív egész számok, ha a 1-nél nagyobb páratlan szám.

II) Ha a páros, akkor a^2 (1) alapján a következőképpen bontható fel tényezőkre

$$\begin{aligned} x - y &= 2, \\ x + y &= \frac{a^2}{2}, \end{aligned}$$

amiből

$$x = \frac{a^2 + 4}{4} \quad \text{és} \quad y = \frac{a^2 - 4}{4}$$

Mivel a páros, azért a^2 4-gyel osztható, és így mind x , mind y pozitív egész szám, hacsak a páros $a > 2$.

Mint hogy a -ra nézve minden lehetséges esetet tekintetbe vettünk, tételünket bebizonyítottuk.

Bayer Márta (Bp. XX., Bagi Ilona leányg. I. o. t.)

Megjegyzés: Az egyenletnek általában nemcsak az itt megadott, egy megoldása van. Mindig pozitív egész x és y gyököket nyerünk, ha a^2 -et két egymástól különböző és egyező párosságú tényezőre bontjuk és ezek kisebbikét választjuk $x - y$ -nak, a nagyobbikat pedig $x + y$ -nak.