

a) Egyenletünk így is írható

$$-\frac{3}{6x-1} = \frac{2}{6x+1} - \frac{8+9x}{(6x+1)(6x-1)}.$$

Feltéve, hogy $x \neq \frac{1}{6}$, $x \neq -\frac{1}{6}$

$$-3(6x+1) = 2(6x-1) - 8 - 9x,$$

rendezve

$$-21x = -7,$$

amiből

$$x = \frac{7}{21} = \frac{1}{3}.$$

Ellenőrzés: A baloldal

$$\frac{3}{1 - 6 \cdot \frac{1}{3}} = \frac{3}{1-2} = \frac{3}{-1} = -3.$$

A jobboldal

$$\frac{2}{6 \cdot \frac{1}{3} + 1} - \frac{8 + 9 \cdot \frac{1}{3}}{36 \cdot \frac{1}{9} - 1} = \frac{2}{2+1} - \frac{8+3}{4-1} = \frac{2}{3} - \frac{11}{3} = -\frac{9}{3} = -3.$$

Tehát a kapott gyök tényleg kielégíti egyenletünket.

b) Feltéve, hogy $z \neq 1$, $z \neq -1$, és tekintetbe véve, hogy $1 - z^2 = (1+z)(1-z)$, egyenletünk így is írható

$$3(1+z)(1-z) = 2(1-z)^2 - 5(1+z)^2,$$

vagyis

$$3 - 3z^2 = 2 - 4z + 2z^2 - 5 - 10z - 5z^2,$$

azaz

$$14z = -6,$$

amiből

$$z = -\frac{6}{14} = -\frac{3}{7}.$$

Próba:

Baloldal:

$$\frac{3}{1 - \frac{9}{49}} = \frac{3 \cdot 49}{49 - 9} = \frac{147}{40}.$$

Jobboldal:

$$\begin{aligned} \frac{2}{\left(\frac{4}{7}\right)^2} - \frac{5}{\left(\frac{10}{7}\right)^2} &= \frac{2 \cdot 49}{16} - \frac{5 \cdot 49}{100} = \frac{49}{8} - \frac{49}{20} = \\ &= \frac{5 \cdot 49 - 2 \cdot 49}{40} = \frac{3 \cdot 49}{40} = \frac{147}{40}. \end{aligned}$$

Tehát a nyert gyök tényleg eleget tesz egyenletünknek.

Csúcs Mária (Mohács, Kisfaludy g. I. o. t.)