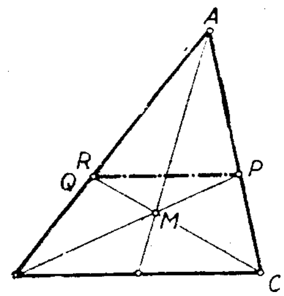
I. megoldás: Ismeretes, hogy a trapéz nem párhuzamos oldalainak metszéspontját az átlók metszéspontjával összekötő egyenes felezi a trapéz párhuzamos oldalait (II. o. tankönyv, 31. old.). Bizonyítandó tételünk ennek a tételnek megfordítása. Meg kell tehát vizsgálnunk, helyes-e a tétel megfordítása.

Húzzuk P-n át BC-vel párhuzamos egyenest és messe ez az egyenes AB-t az R pontban (1. ábra).

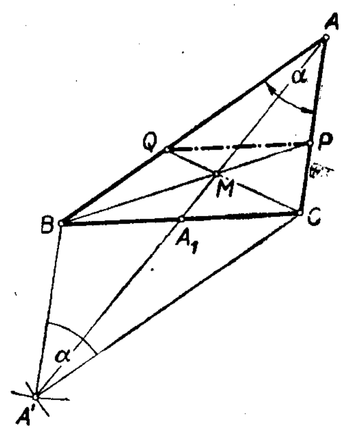


1. ábra

A trapézra érvényes fent említett direkt tétel szerint RC az A-ból kiinduló súlyvonalat ugyanabban az M pontban metszi, amelyben a BP transzverzális metszi a súlyvonalat. E szerint a CM egyenes, vagyis a C-ből kiinduló transzverzális egybeesik a CR egyenessel és így szükségképpen R egybeesik Q-val, de a szerkesztés szerint $PR \| BC$.

Harza Tibor (Székesfehérvár, József A. g. II. o. t.)

II. megoldás: Tükrözzük az $ABC\triangle$-et a BC oldal A_1 felezőpontjára nézve. A tükörképét A'-vel jelölve, nyerjük az $AB\ A'C$ paralelogrammát (2. ábra).



2. ábra

Nyilvánvaló, hogy

$$AP : AM : AQ = A'B : A'M : A'C,$$

azonkívül a

$$BAC\sphericalangle = BA'C\sphericalangle,$$

és így

$$APQ\triangle \sim A'BC\triangle.$$

Két-két oldal párhuzamossága miatt a két hasonló háromszög perspektív fekvésű is (M a hasonlósági centrum), ezért szükségképpen a harmadik oldalak is párhuzamosak, vagyis

$$PQ \| BC.$$

Györösi Péter (Bp. IV. Könyves Kálmán g. II. o. t.)

Megjegyzés: A feladat az »Első Országos Középiskolás Matematika-Verseny« kezdők csoportjában szerepelt. Lásd K. M. L. I. kötet 1 – 2. számában (1947. nov.) a 15 – 18. oldalon, ahol több érdekes megoldás és egy tovább mutató kiegészítés (affin-tükrözés) is található.