a) Az $x=a$, $x=b$ értékeket kizárva, az egyenlet mindkét oldalát $(x-a)(x-b)$-vel szorozva

$$(x+a)(x-b)+(x-a)(x+b)=2(x-a)(x-b),$$

vagyis

$$2x(a+b)=4ab,$$

amiből

$$x=\frac{2ab}{a+b}.$$

Ennek csak akkor van értelme, ha $a+b\neq 0$.

Helyettesítsük be x ezen értékét az eredeti egyenlet jobboldalába és bővítsük a törteket $(a+b)$-vel $(a+b\neq 0)$

$$\frac{2ab+a^2+ab}{2ab-a^2-ab}+\frac{2ab+ab+b^2}{2ab-ab-b^2}=\frac{a+3b}{b-a}+\frac{3a+b}{a-b}=\frac{-a-3b+3a+b}{a-b}=$$
$$=\frac{2(a-b)}{a-b}=2,$$

feltéve, hogy $a-b\neq 0$.

Ha $a-b=0$, vagyis $a=b$, akkor egyenletünk

$$\frac{x+a}{x-a}=1,$$

ami ellentmondás, ha $a(=b)\neq 0$; és azonosság, ha $a(=b)=0$. Az $a=0$ $b\neq 0$ (vagy fordítva) feltevés is ellentmondásra vezet: $\frac{x+b}{x-b}=1$.

Tehát egyenletünknek $x=\frac{2ab}{a+b}$ gyöke, feltéve, hogy $a+b\neq 0$, $a-b\neq 0$, $a\neq 0$, és $b\neq 0$, vagyis a paraméterek 0-tól különböző mennyiségek, amelyeknek abszolút értékei is különbözők.

b) Az $a=0$, $b=0$, $x=0$ értékeket kizárva, mindkét oldalt abx-szel szorozva

$$cdx-a^2b^2c+abdx=abc^2,$$

amiből

$$x=\frac{abc(ab+c)}{d(ab+c)}=\frac{abc}{d}$$

feltéve, hogy $ab+c\neq 0$, $d\neq 0$ és (mivel $x\neq 0$) $c\neq 0$.

Ha $ab+c=0$, vagyis $ab=-c$, akkor egyenletünk:

$$-d+\frac{c^2}{x}+d=\frac{c^2}{x}$$

azonosság.

Egyébként, ha mind a négy paraméter 0-tól különbözik, az $x=\frac{abc}{d}$ tényleg gyök, amint erről behelyettesítéssel meggyőződhetünk.

Jobboldal:

$$\frac{cd}{ab}-\frac{abcd}{abc}+d=\frac{cd}{ab}.$$

Baloldal:

$$\frac{c^2d}{abc}=\frac{cd}{ab}.$$

Zsombok Zoltán (Bp., IV., Könyves Kálmán g. II. o. t.)