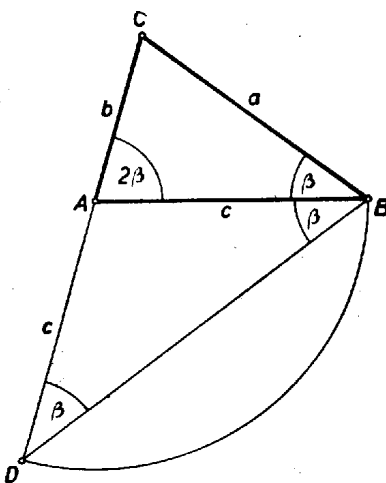


Képzeljük a feladatot megoldottnak. A betűzést az 1. ábra mutatja.



1. ábra

Ha az $AC = b$ oldalt A -n túl $AD = AB = c$ -vel meghosszabbítjuk, akkor a keletkezett ABD egyenlőszárú háromszög A csúcsánál fekvő külső szög 2β , és így a BD alapnál fekvő szögek mindegyike β . A $BCD\Delta$ -nek két szöge megegyezik az eredeti háromszög két szögével, és így

$$BCD\Delta \sim ACB\Delta.$$

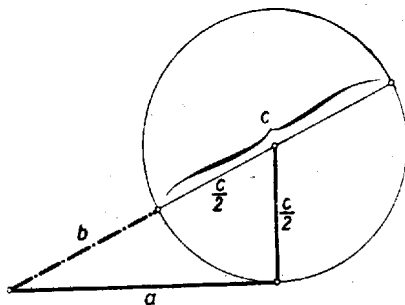
Tehát

$$a : (b + c) = b : a,$$

vagyis

$$(1) \quad a^2 = b(b + c).$$

A b oldal szerkesztését a 2. ábra mutatja.



2. ábra

Itt hivatkozhatunk arra az ismeretes tételre, hogy az érintő szakasz mértani középarányos az érintő végpontjából húzott szelőn keletkezett két szelet között, de Pythagoras tételének ismerete is elegendő. Ugyanis (1) mindkét oldalához $\left(\frac{c}{2}\right)^2$ -t hozzáadva

$$a^2 + \left(\frac{c}{2}\right)^2 = b^2 + bc + \left(\frac{c}{2}\right)^2 = \left(b + \frac{c}{2}\right)^2,$$

tehát

$$b = \sqrt{a^2 + \left(\frac{c}{2}\right)^2} - \frac{c}{2}.$$

A megoldhatóság szükséges és elégséges feltétele, hogy $a + b > c$, vagyis $b > c - a$.

Írjuk az (1) jobboldalán b helyébe a nálánál kisebb $(c - a)$ -t:

$$a^2 > (c - a)(2c - a) = 2c^2 - 3ac + a^2,$$

vagyis

$$3ac > 2c^2,$$

ahonnan (tekintve, hogy $a > 0$, $c > 0$)

$$a > \frac{2}{3}c.$$