

I. megoldás: A derékszögű háromszög átfogóját c -vel, befogóit a - és b -vel, a beírt kör sugarát ϱ -val jelölve bizonyítandó, hogy $c + 2\varrho = a + b$.

Ismeretes, hogy a háromszög területe $t = \varrho s$, vagyis

$$\varrho = \frac{t}{s} = \frac{2t}{2s} = \frac{ab}{a+b+c},$$

és így

$$c + 2\varrho = c + \frac{2ab}{a+b+c} = \frac{ac + bc + c^2 + 2ab}{a+b+c}.$$

Pythagoras tétele alapján $c^2 = a^2 + b^2$, tehát

$$c + 2\varrho = \frac{a^2 + ab + ac + ab + b^2 + bc}{a+b+c} = \frac{a(a+b+c) + b(a+b+c)}{a+b+c} = a + b,$$

ami bizonyítandó volt.

Siklósi Károly (Sopron, Berzsenyi g. I. o. t.)

II. megoldás: A jelöléseket megtartva, induljunk ki Pythagoras tételéből

$$a^2 + b^2 = c^2,$$

vagyis

$$(a+b)^2 - c^2 = 2ab,$$

azaz

$$(a+b+c)(a+b-c) = 2ab,$$

amiből

$$a+b-c = \frac{2ab}{a+b+c} = \frac{4t}{2s} = 2\frac{t}{s} = 2\varrho,$$

és így

$$a+b = c + 2\varrho.$$

Dósa István (Karcag, Gábor Áron g. II. o. t.)