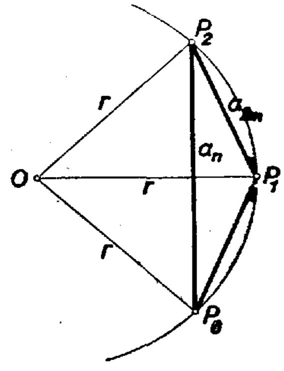
Adott r sugarú körbe írt szabályos $2n$-szög csúcsait összekötve a kör középpontjával, a sokszöget $2n$-számú egybevágó egyenlőszárú háromszögre bontottuk. Tekintsünk két szomszédos háromszög által alkotott $OP_0P_1P_2$ négyszöget (a betűzést az ábra mutatja).



E négyszög egyik átlója $OP_1 = r$, másik átlója P_0P_2, egyrészt a körbe írt szabályos n-szög egy oldala: a_n, másrészt $P_0P_2 \perp OP_1$, mert a háromszögek egybevágósága folytán P_0 és P_2 egymásnak tükörképei az OP_1 egyenesre nézve.

Tehát a négyszög területe $\frac{a_n r}{2}$, és így a $2n$-szög területe ennek n-szerese, vagyis

$$t_{2n} = \frac{n a_n r}{2}. \tag{1}$$

Mindkét oldalt r^2-tel osztva és figyelembe véve, hogy na_n a körbe írt szabályos n szög k_n kerülete

$$\frac{t_{2n}}{r^2} = \frac{k_n}{2r}, \tag{2}$$

ami éppen a bizonyítandó tételt fejezi ki, mert ha a két sokszög köré írt kör sugara nem is egyenlő az $\frac{a_n}{r}$ arányszám állandó és így állandó az $\frac{n}{2} \cdot \frac{a_n}{r} = \frac{k_n}{2r}$ tört értéke is, amíg n állandó.

Az (1) alatti összefüggés képessé tesz bennünket, hogy a_n ismeretében, kiszámítsuk a t_{2n} értékét. Ha a_n-t r függvényeként fogjuk fel, akkor t_{2n}-t is r függvényeként állíthatjuk elő:
Pl.

$$\begin{aligned}
a_3 &= r\sqrt{3}, & t_6 &= \frac{3 \cdot r\sqrt{3} \cdot r}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2} r^2;\\
a_4 &= r\sqrt{2}, & t_8 &= \frac{4 \cdot r\sqrt{2} \cdot r}{2} = 2\sqrt{2} r^2;\\
a_5 &= \frac{r}{2}\sqrt{10 - 2\sqrt{5}} & t_{10} &= \frac{5}{4}\sqrt{10 - 2\sqrt{5}} r^2;\\
a_6 &= r, & t_{12} &= 3r^2.
\end{aligned}$$

Benkő Bálint (Sárospatak, Rákóczi g. II. o. t.)