I. Megoldás.

$$\begin{gathered}(x-a)^2(b-c)+(x-b)^2(c-a)+(x-c)^2(a-b)=\\ =(x^2-2ax+c^2)(b-c)+(x^2-2bx+b^2)(c-a)+\\ +(x^2-2cx+c^2)(a-b)=x^2(b-c+c-a-b)-\\ -x(2ab-2ac+2bc-2ab+2ac-2bc)+a^2(b-c)+b^2(c-a)+\\ +c^2(a-b)=a^2(b-c)+b^2c-ab^2+ac^2-bc^2=a^2(b-c)+\\ +bc(b-c)-a(b^2-c^2)=(b-c)(a^2+bc-ab-ac)=\\ =(b-c)\big[a(a-c)-b(a-c)\big]=(b-c)(a-c)(a-b)=\\ =-(a-b)(b-c)(c-a).\end{gathered}$$

Décsey Julianna (Karcag, Gábor Áron g. I. o. t.)

II. Megoldás. Fogjuk fel kifejezésünket, mint $f(x)$ másodfokú függvényt. E függvények értéke az $x=a$ helyen

$$\begin{gathered}f(a)=(a-b)^2(c-a)+(a-c)^2(a-b)=\\ =(a-b)\big[(a-b)(c-a)+(c-a)^2\big]=(a-b)(c-a)(a-b+c-a)=\\ =(a-b)(c-a)(c-b)=-(a-b)(b-c)(c-a).\end{gathered}$$

Ugyanezt az értéket kapjuk, ha kiszámítjuk $f(b)$ ill. $f(c)$ értékét. a, b, c lehet 3 egymástól különböző szám, ha pedig egy másodfokú függvény három különböző helyen ugyanazt az állandó értéket veszi fel, akkor ez a függvény x-től függetlenül azonos a fenti állandóval. (Ez az állandó 0, ha az a, b és c számok közül kettő egyenlő).

Kerekes Attila (Pécs, Mélyfúró-techn. II. o. t.)