

I. megoldás: A feladat egyenlet alakjában:

$$95x + 74y = 2831,$$

ahol x a fiúk, y a leányok száma.

$$\begin{aligned}y &= 38 - x + \frac{19 - 21x}{74} = 38 - x + t, \\x &= \frac{19 - 74t}{21} = -3t + \frac{19 - 11t}{21} = -3t + u, \\t &= \frac{19 - 21u}{11} = 1 - 2u + \frac{8 + u}{11} = 1 - 2u + v, \\u &= 11v - 8.\end{aligned}$$

u ezen értékét rendre visszahelyettesítve

$$\begin{aligned}t &= 1 - 22v + 16 + v = 17 - 21v, \\x &= -51 + 63v + 11v - 8 = -59 + 74v, \\y &= 38 + 59 - 74v + 17 - 21v = 114 - 95v.\end{aligned}$$

Mivel csak pozitív egész megoldásoknak van értelmük, azért

$$x = -59 + 74v > 0, \quad \text{amiből} \quad v > \frac{59}{74} > 0,$$

és

$$y = 114 - 95v > 0, \quad \text{amiből} \quad v < \frac{114}{95} < 2,$$

tehát

$$0 < v < 2, \quad \text{vagyis} \quad v = 1,$$

és így

$$x = -59 + 74v = 15, \quad y = 114 - 95v = 19.$$

Tehát 15 fiú összesen $15 \cdot 95 = 1425$ kg-ot gyűjtött, míg 19 leány teljesítménye $19 \cdot 74 = 1406$ kg. Tehát a versenyben a fiúk győztek.

Csapó Zsolt (Kecskemét, Katona József g. II. o. t.)

II. megoldás:

Az előbbi jelölést megtartva

$$74y = 2831 - 95x = 19(149 - 5x)$$

x és y úgy lehet egész, ha a baloldal is osztható 19-cel, vagyis – mivel 74 és 19 relatív prím – y osztható 19-cel. Másrészt $y < \frac{2831}{74} < 39$, tehát y csak 19 vagy 38 lehet. Az utóbbi esetben x nem egész, de $y = 19$ esetben $x = 15$. Ez tehát a feladat egyetlen megoldása.

Harza Tibor (Székesfehérvár, József A. g. II. o. t.)