Jelöljük a keresett számlálót x^2-tel. Mivel x nem teljes hatvány, azért van törzstényezői között olyan, amelynek kitevője nem osztható 3-mal. Az ilyen törzstényezők szorzatát b-vel jelölve $x=a^3b$ alakban írható, ahol a és b relatív prím számok és $b\neq 1$.

De $a\neq 1$ természetesen szintén fennáll, mert egyszerűsetés után teljes köbszámot kell kapni, ami $a=1$ esetén lehetetlen. Tehát feltételeinknek csak olyan számláló felel meg, amely a^6b^2 alakban írható, hol a és b relatív prím, b nem teljes köb és $a\neq 1$, $b\neq 1$.

Az ilyen alakú számláló viszont *mindig* megfelel.

Mert ha a nem teljes hatvány, akkor elég nevezőként az $a^3b^6c^6$ szorzatot választani, hol b és c, valamint a és c relatív prím, c nem teljes négyzet, de elég nagy, hogy a tört értéke 1-nél kisebb legyen.

Ugyanis
$$\frac{a^6b^2}{a^3b^6c^6}=\frac{\left(a^3b\right)^2}{\left(ab^2c^2\right)^3}=\frac{a^3}{b^4c^6}=\frac{a^3}{\left(b^2c^3\right)^2}.$$

Ha pedig a teljes hatvány, akkor írjuk a-t $m\cdot n$ alakban (ahol esetleg $m=n$) s válasszuk nevezőként az $m^3n^6b^6c^6$ szorzatot. Ez esetben
$$\frac{m^6n^6b^2}{m^3n^6b^6c^6}=\frac{\left(m^3n^3b\right)^2}{\left(mn^2b^2c^2\right)^3}=\frac{m^3}{b^4c^6}=\frac{m^3}{\left(b^2c^3\right)^2}.$$

Tehát feladatunk megoldásai mindazok a 6-jegyű számok, amelyek
$$a^6b^2$$
alakúak, hol a és b relatív prím, $a\neq 1$, $b\neq 1$, és b nem teljes köb.

Mivel a feltétel szerint
$$10^5<a^6b^2<10^6,$$
azért
$$316<a^3b<1000,$$
vagyis
$$\frac{316}{a^3}<b<\frac{1000}{a^3}.$$

Ha $a=2$, akkor $39<b<125$, és mivel ezen határok között 42 páratlan b található, melyek közül egy sem teljes köb, azért

$a=2$ esetén $b=41,43,\ldots 123$ (42 megoldás),

Ugyanúgy nyerjük $a=3$ esetén $b=13,14,16,17,19,\ldots 35,37$ (17 megoldás),

$a=4$ esetén $b=5,7,9,11,13,15$ (6 megoldás),

$a=5$ esetén $b=3,4,6,7$ (4 megoldás),

$a=6$ esetén nincs megfelelő b, mert 2, 3, és 4 nem relatív prím 6-hoz. (0 megoldás),

$a=7$ esetén $b=2$ (1 megoldás).

$a>7$ esetén már nem találunk megoldást. Tehát az összes megoldások száma: 70.

Zsombok Zoltán (Bp. IV., Könyves Kálmán g. II. o. t.)