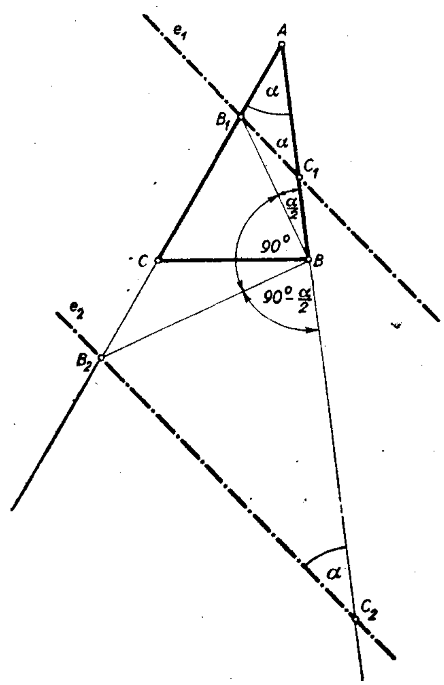
I. megoldás: Képzeljük a feladatot megoldottnak. A betűzést az 1. ábra mutatja.



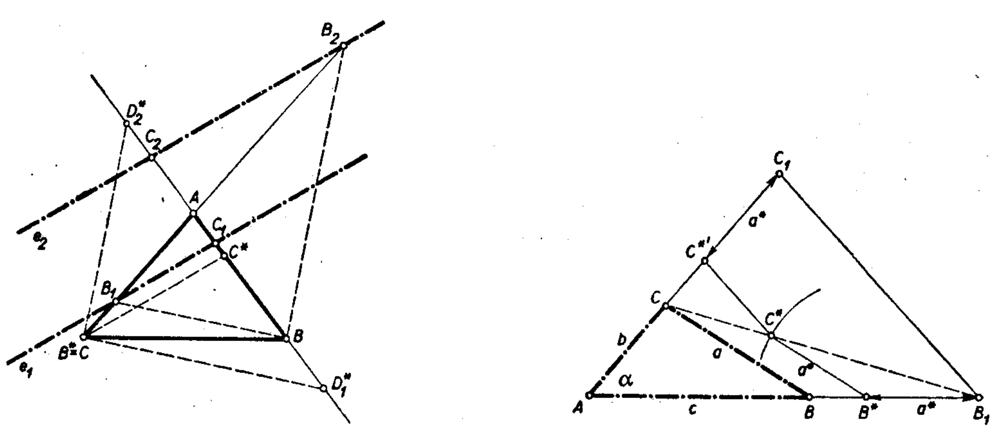
1. ábra

Mivel a feladat értelmében $AB_1 = B_1C_1$, azért az $AC_1B_1\sphericalangle$ is egyenlő α-val. Ez utóbbi szög azonban külső szöge a B_1C_1B egyenlőszárú háromszögnek, tehát a $C_1BB_1\sphericalangle = \dfrac{\alpha}{2}$. A B_2C_2 második megoldásra nézve $AB_2 = B_2C_2$ miatt a C_2-nél levő szög is α, vagyis a BC_2B_2 egyenlőszárú háromszögben a $C_2BB_2\sphericalangle = 90° - \dfrac{\alpha}{2}$ és így a $B_1BB_2\sphericalangle = 90°$.

A megoldás menete tehát: Megszerkesztjük a B pontból kiinduló azokat az egymásra merőleges félegyeneseket, amelyek közül az egyik a BA szakasszal $\dfrac{\alpha}{2}$ szöget zár be és amelyek a szemközt fekvő b oldalt metszik. E metszéspontok lesznek a keresett B_1 ill. B_2 pontok. A C_1 ill. C_2 pontokat egyszerűen $B_1C_1 = B_1A$ ill. $B_2C_2 = B_2A$ alapján nyerjük. Tehát általában két egymással párhuzamos e_1 és e_2 megoldást kapunk.

Ha $\alpha = 60°$, vagyis $\dfrac{\alpha}{2} = 30°$, akkor $BB_1 \perp b$ és így $BB_2 \parallel b$, tehát a B_2 pont a végtelenbe kerül. Ez esetben tulajdonképpen csak egy megoldásról beszélhetünk. Ugyanígy $BB_1 \parallel b$, ha $\alpha = 120°$, mely esetben szintén csak egy megoldás van. Ha $\alpha = 90°$, akkor nyerünk ugyan két különböző B_1 és B_2 pontot, de $C_1 = C_2 = A$, vagyis az e egyenes mindkét esetben a b oldallá fajul és megoldásról nem beszélhetünk. Minden más esetben a megoldások száma: 2. Ha csak azt az e egyenest tekintjük megoldásnak, amely a háromszöget nem az oldalak meghosszabbításában metszi, akkor egy ilyen szorosabb értelemben vett megoldás létezésének szükséges és elégséges hogy $\alpha < 90°$, és amellett $\dfrac{\alpha}{2} < \beta$. Ugyanis, ha $\alpha > 90°$, akkor a C_1 pont nem kerülhet az AB szakaszra, ha pedig $90° > \alpha$, de $45° > \dfrac{\alpha}{2} > \beta$, akkor a B_1 pont nem kerülhet az AC szakaszra.

II. megoldás: Rajzolunk a keresett törtvonalhoz hasonló $AB^*C^*D_1^*$, ill. $AB^*C^*D_2^*$ törtvonalakat (2. ábra).



2. ábra

Az egyszerűség kedvéért legyen $B^* = C$. E törtvonalakat az A pontból, mint hasonlósági centrumból kicsinyítve vagy nagyítva úgy, hogy D_1^* ill. D_2^* a B pontba kerüljön, nyerjük a két megoldást.

Mivel $C^*D_1^* = C^*D_2^* = C^*B^*$, azért a D_1^*, B^*, D_2^* pontok a C középpontú körön fekszenek és így – a Thales-tétel értelmében $B^*D_1^* \perp B^*D_2^*$. A B ponton át ez utóbbi ket egyenessel húzott párhuzamosak metszik ki az AC egyenesből a keresett B_1 ill. B_2 pontokat. A taglalás ugyanahhoz az eredményhez vezet, mint az első megoldásban.