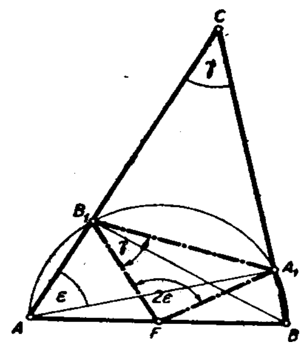
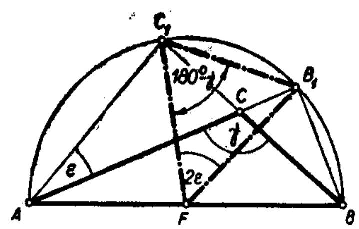
Az ABC hegyesszögű háromszögben az AB oldal, mint átmérő fölé rajzolt Thales-kör átmegy az m_a és m_b magasságok, A_1, ill. B_1 talppontjain (1. ábra).



1. ábra

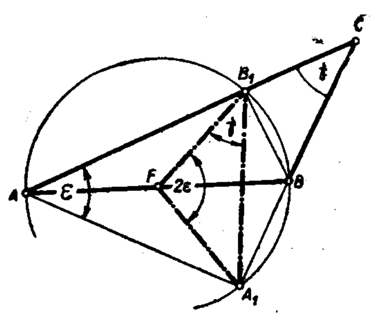
Az AB oldal felezőpontja F a Thales-kör középpontja, tehát az $FA_1B_{1\triangle}$ tényleg egyenlőszárú, mert $FA_1 = FB_1$ a Thales-kör sugara. Az $A_1AB_1\sphericalangle = \varepsilon$ szög az AA_1C derékszögű háromszögben γ pótszöge, vagyis $\varepsilon = 90 - \gamma$. Másrészt az ε szög a Thales-kör $\widehat{A_1B_1}$ ívén nyugvó kerületi szög, tehát az ugyanezen az íven nyugvó középponti szög: $A_1FB_1\sphericalangle = 2\varepsilon = 180^\circ - 2\gamma$, és így az FA_1B_1 egyenlőszárú háromszög alapján nyugvó szögek mindegyike $\dfrac{180^\circ - (180^\circ - 2\gamma)}{2} = \gamma$.

A tétel és bizonyítása változatlan, ha az α és β szögek közül valamelyik tompaszög (2. ábra).



2. ábra

Csak ha a γ szög tompaszög, akkor ε nem a γ-nak, hanem a γ mellékszögének pótszöge (3. ábra), vagyis $\varepsilon = 90^\circ - (180^\circ - \gamma) = \gamma - 90^\circ$, és az F csúcspontnál levő szög, mint középponti szög egyenlő $2\gamma - 180^\circ$-kal, amiből az alap mellett fekvő szögek $\dfrac{180^\circ - (2\gamma - 180^\circ)}{2} = 180^\circ - \gamma$.



3. ábra

Ez esetben tehát a tétel úgy módosul, hogy az alapon fekvő szögek a harmadik csúcsnál levő szög *kiegészítő* szögével egyenlők.

Szeidl Béla (Bp., VIII., Apáczai Csere J. g. II. o. t.)

Megjegyzés: A feladat általánosítása az 1953. évi Rákosi-verseny II. fordulójára kitűzött 2. feladatnak (l. VII. köt. 1. sz. 1953. szept. 6. old.). Az ott szereplő 60°-os szög csúcsát O-val jelölve, az ottani $A_1B_1O_\triangle$ veszi át az itteni háromszög szerepét. Ugyanis, amint a kérdéses feladat I. megoldásában bizonyítást nyer, hogy $A_1B \perp OB_1$ és $B_1A \perp OA_1$, így az A_1B_1 oldal C felezőpontjával alkotott $ABC_\triangle$ az itt bizonyított tétel szerint egyenlőszárú: $AC = BC$ és az $ABC\sphericalangle = BAC\sphericalangle = A_1OB_1\sphericalangle = 60^\circ$, vagyis $ABC_\triangle$ szabályos. (Az itt általánosított tételben 60° helyett γ szerepel.)