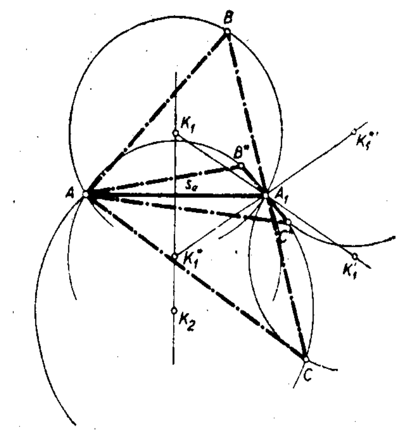
I. megoldás: Legyen a keresett $ABC_\triangle$ adott súlyvonala $AA_1 = s_a$. Az $ABA_{1\triangle}$ és az $ACA_{1\triangle}$ köré írt körök adott r_1 és r_2 sugarai s_a-val együtt $\left(r_2 \geq r_1 \geq \dfrac{s_a}{2}\right)$ meghatározzák – mint kerületi szögeket – a keresett $ABC_\triangle$ háromszög β, ill. γ szögét. Ha feltesszük, hogy $r_1 < r_2$, akkor $\beta > \gamma$ és így $180^\circ - \beta$ és γ is megfelelnek feltételeinknek, mert $180^\circ - \beta + \gamma < 180^\circ$. ($180^\circ - \gamma$ és β nem felel meg, mert e két szög összege $180^\circ + \beta - \gamma > 180^\circ$.) Tehát ha β és γ-val, ill. $180^\circ - \beta$ és γ-val háromszögeket szerkesztünk, akkor a keresett $ABC_\triangle$-höz hasonló háromszöget kapunk. Ezeket az adott s_a-nak megfelelően nagyítva, ill. kicsinyítve nyerjük a 2 megoldást. Általában $\left(r_2 > r_1 > \dfrac{s_a}{2}\right)$ mindig két megoldás van. Ha $r_1 = \dfrac{s_a}{2}$, vagyis, ha $\beta = 90^\circ$, akkor a két megoldás egybeesik. Ugyancsak egy megoldás van (mégpedig egyenlő szárú), ha $r_1 = r_2 > \dfrac{s_a}{2}$, $r_1 = r_2 = \dfrac{s_a}{2}$ esetén pedig a háromszögek egyenessé fajulnak, tehát tulajdonképpen megoldás nincs.

Biczó Géza (Bp., Rákóczi g. II. o. t.)

II. megoldás: Rajzoljuk meg az $AA_1 = s_a$ súlyvonal, mint húr fölé az r_1 és r_2 sugarú köröket, amelyeknek középpontja K_1 és K_2 (1. ábra).



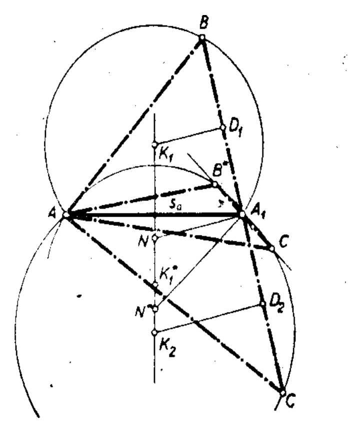
1. ábra

Feladatunk most már így fogalmazható: az A_1 ponton át olyan szelőt kell meghatározni, amely a két körből egyenlő hosszúságú húrokat metsz ki. Ez a feladat azonban (mint az a tananyagból ismeretes) az egyik körnek az A_1 ponton át való centrális tükrözésével oldható meg.

Két megoldást kapunk aszerint, amint a körközéppontokat a közös húr különböző oldalán (K_1 és K_2) vagy ugyanazon oldalán (K_1^* és K_2) vesszük fel.

Harza Tibor (Székesfehérvár, József Attila g. I. o. t.)

III. megoldás: Tekintsük a feladatot megoldottnak (2. ábra).



2. ábra

Jelöljük az A_1B és A_1C felezőpontjait D_1 ill. D_2-vel, akkor a feltételünk szerint

$$D_1A_1 = D_2A_1,$$

továbbá

$$D_1K_1 \perp BC \qquad \text{és} \qquad D_2K_2 \perp BC,$$

mert a húrfelező pont és körközéppont összekötése merőleges a húrra. Tehát D_1D_2 tulajdonképpen a K_1K_2 távolságnak merőleges vetülete a BC egyenesen és így a D_1D_2 felezőpontjában, A_1-ben a BC-re emelt merőleges egyenes felezi a K_1K_2 távolságot, vagyis – K_1K_2 felezőpontját N-nel jelölve

$$NA_1 \perp BC.$$

Eszerint a szerkesztés menete: Megrajzoljuk az $s_a = AA_1$ fölé a K_1 és K_2 középpontú r_1 ill. r_2 sugarú köröket, K_1K_2 felezőpontját, N-et összekötjük A_1-gyel (2. ábra). Az A_1-en át NA_1-re húzott merőleges metszi ki a két körből a B és C háromszögcsúcsokat. Ugyanez áll természetesen a $K_1^*K_2$-re is.

Megjegyzés: Még mindig vannak számosan, akik a »különböző helyzet«-ekben szerkesztett *egybevágó* háromszögeket külön megoldásnak tekintik. Jegyezzük meg: Ha csak alakra és nagyságra (tehát nem »helyzet«-re) keresünk háromszöget, akkor csak a *nem* egybevágó háromszögek számítanak 1 – 1 külön megoldásnak.