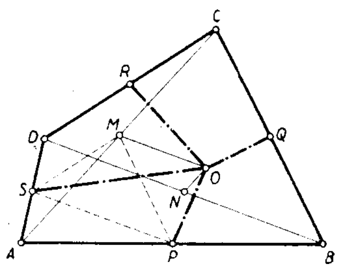
**I. megoldás:** A betűzést az 1. ábra mutatja. Jelöljük az adott $ABCD$ négyszög területét $T$-vel. Az $APMS$ négyszög nem egyéb, mint az $ABCD$ négyszögnek $2:1$ arányú kicsinyítése az $A$ pontból, mint külső hasonlósági centrumból így területe $t_{APMS}=\dfrac{T}{4}$. De $t_{APMS}=t_{APOS}$, mivel az $APS\triangle$ mindkét négyszögnek közös része és

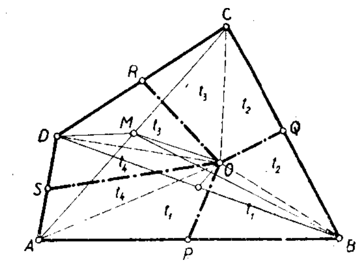
$$t_{SPM}=t_{SPO},$$

mert a közös $SP$ oldalhoz tartozó magasságok egyenlők, mivel $MO||BD||SP$. Tehát $t_{APOS}=\dfrac{T}{4}$. Ugyanez kimutatható, hasonlóképpen a többi 3 résznégyszögre nézve is, és így tételünket bebizonyítottuk.

*Török Ferenc* (Bp., VI. Kölcsey g. II. o. t.)




*1. ábra*




*2. ábra*

**II. megoldás:** Mivel $BM$ és $DM$ súlyvonalak felezik az $ACB\triangle$ ill. $ACD\triangle$ területét (2. ábra), azért a $BMD$ törtvonal felezi az $ABCD$ négyszög területét vagyis

$$t_{ABMD}=t_{DMBC}=\frac{T}{2}.$$

De $t_{ABMD}$ nem változik, ha az $M$ pontot a $BD$ átlóval párhuzamosan eltoljuk $O$-ba, vagyis

(1) $$t_{ABOD}=t_{DOBC}=\frac{T}{2},$$

és hasonlóképpen

(2) $$t_{ABCO}=t_{AOCD}=\frac{T}{2}.$$

Az $OP$, $OQ$, $OR$, $OS$ súlyvonalak rendre felezik az $ABO\triangle$, $BCO\triangle$, $CDO\triangle$ és $DAO\triangle$ területét. Jelölhetjük az így keletkezett részháromszögek területét rendre $t_1$-, $t_2$-, $t_3$- és $t_4$-gyel.

Elég bebizonyítani, hogy $t_1=t_3$ és $t_2=t_4$, mert ebből már következik, hogy $t_1+t_2=t_2+t_3=t_3+t_4=t_4+t_1$, vagyis, hogy bármely két szóbanforgó résznégyszög egyenlő.

(3) (1) alapján $2t_1+2t_4=2t_2+2t_3,$

(4) (2) alapján $2t_1+2t_2=2t_3+2t_4.$

(3) és (4) összeadásából

$$4t_1+2(t_2+t_4)=4t_3+2(t_2+t_4),$$

vagyis

$$t_1=t_3.$$

(3) vagy (4)-ben $t_3$ helyébe $t_1$-et írva, nyerjük, hogy

$$t_2=t_4.$$

*Bakó László* (Debrecen, Ref. g. II. o. t.)