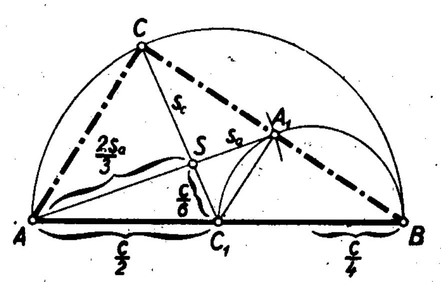
I. megoldás: Képzeljük a feladatot megoldottnak. A betűzést az 1. ábra mutatja.



1. ábra

A derékszög csúcspontja C rajta van az AB átfogó fölé rajzolt Thales-félkörön. Az adott $s_a = AA_1$ súlyvonal A_1 végpontjának, vagyis a CB oldal felezőpontjának mértani helye – ha C mozog a Thales-félkörön – ennek a Thales-félkörnek a B pontból, mint hasonlósági centrumból $1:2$ arányban való kicsinyítése. (Ez is felfogható Thales-félkörnek, mert hiszen C_1A_1 mindenkor merőleges BA_1-re.) Tehát az A_1 pontok mértani helye a C_1B fölé mint átmérő fölé rajzolt félkör, amelynek metszése az A köré $AA_1 = s_a$ sugárral írt körívvel adja meg az A_1 pontot. Ebből következik, hogy a megoldhatóság feltétele: $AC_1 < s_a < AB$, vagyis $\frac{c}{2} < s_a < c$.

Legfeljebb csak 1 megoldás van, mert ha háromszöget kell szerkeszteni *nem helyzetre,* hanem csak alakra és nagyságra nézve, akkor az egybevágó háromszögek 1 megoldásnak számítanak.

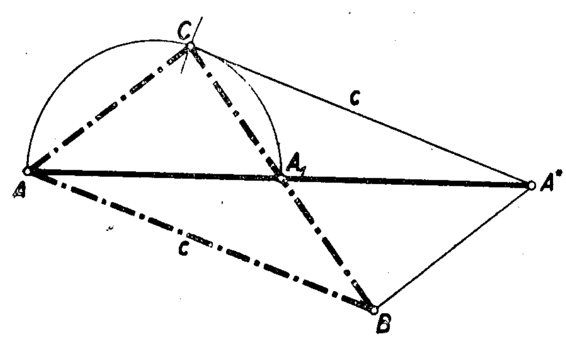
Az A_1 ponthoz hasonlóan megszerkeszthetjük közvetlenül a C pontot, ha ahelyett, hogy C-n átmenő Thales-kört a B hasonlósági centrumból $1:2$ arányban kicsinyítjük, az A köré s_a sugárral rajzolt kört $2:1$ arányban nagyítjuk.

Beleznay Ferenc (Bp. V., Piarista g. II. o. t.)

II. megoldás: Az S súlypont az A és C_1 pontokkal olyan háromszöget alkot, amelynek mind a három oldala ismeretes: $AC_1 = \frac{c}{2}$, $AS = \frac{2s_a}{3}$ és $C_1S = \frac{s_c}{3} = \frac{c}{6}$ $\left(\text{lévén } s_c = \frac{c}{2}\right)$ (1. ábra). Az S pont birtokában a C_1S egyenes metszi ki a Thales-félkörből a C pontot. $\left(\text{Ellenőrzés}: \ SC = 2\cdot\frac{c}{6}, SA_1 = \frac{s_a}{3}\right)$. Megoldhatóság feltétele: $\frac{c}{2} - \frac{c}{6} < \frac{2s_a}{3} < \frac{c}{2} + \frac{c}{6}$, vagyis $\frac{c}{2} < s_a < c$.

Huj Klára (Bp., I. Fürst S. g. II o. t.)

III. megoldás: A háromszöget A_1 körül tükrözve (2. ábra), nyerjük az ABA^*C paralelogrammát, amelynek átlója $AA^* = 2s_a$, A^*C oldala egyenlő az adott c-vel és a BC átló és AC oldal szöge $90°$.



2. ábra

Ennek alapján a szerkesztés menete: Felvesszük az $AA^* = 2s_a$ szakaszt. Ennek felezőpontja A_1. AA_1 fölé rajzolt Thales-félkörnek a metszése az A^* középpontú és c sugarú körívvel szolgáltatja a C pontot. C-nek A_1-re vonatkozó tükörképe adja a B csúcspontot. A megoldhatóság feltétele: $s_a < c < 2s_a$, vagyis $\frac{c}{2} < s_a < c$.

Daróczi Dezső (Csongrád, Bacsányi János g. II. o. t.)