I. megoldás: Egy 10-es számrendszerbeli szám általános alakja

$$N = a_{2n+1}10^{2n+1} + a_{2n}10^{2n} + a_{2n-1}10^{2n-1} + a_{2n-2}10^{2n-2} + \ldots + \\ + a_3 10^3 + a_2 10^2 + a_1 10 + a_0,$$

ahol az együtthatók 1-jegyű természetes számok a 0-t is beleértve (a_{2n+1} is lehet 0). N így is írható:

$$\begin{aligned} N &= a_{2n+1}(10^{2n+1} - 10 + 10) + a_{2n}(10^{2n} - 1 + 1) + a_{2n-1}(10^{2n-1} - 10 + 10) + \\ &+ a_{2n-2}(10^{2n-2} - 10 + 10) + \cdots + a_3(10^3 - 10 + 10) + a_2(10^2 - 1 + 1) + a_1 10 + a_0 = \\ &= a_{2n+1}(10^{2n+1} - 10) + a_{2n+1}10 + a_{2n}(10^{2n} - 1)a_{2n} + a_{2n-1}(10^{2n-1} - 10) + \\ &+ a_{2n-1}10 + \cdots + a_3(10^3 - 10) + a_3 10 + a_2(10^2 - 1) + a_2 + a_1 10 + a_0 = \\ &= a_{2n+1}10(10^{2n} - 1) + a_{2n+1}10 + a_{2n}(10^{2n} - 1) + a_{2n} + a_{2n-1}10(10^{2n-2} - 1) + \\ &+ a_{2n-1}10 + \cdots + a_3 10(10^2 - 1) + a_3 10 + a_2(10^2 - 1) + a_2 + a_1 10 + a_0 = \\ &= (a_{2n+1}10 + a_{2n})(10^{2n} - 1) + [a_{2n+1}10 + a_{2n}] + \cdots + (a_3 10 + a_2)(10^2 - 1) + \\ &+ [a_3 10 + a_2] + [a_1 10 + a_0]. \end{aligned}$$

Mivel $(10^{2k} - 1) = 100^k - 1$ osztható $100 - 1 = 99$-cel, azért N-et 99-cel osztva annyit kapunk maradékul, amennyit a szögletes zárójelben levő tagok összegének osztásából kapunk, de ez éppen a bebizonyítandó tétel.

Kálmán György (Szolnok, Beloiannisz g. II. o. t.)

II. megoldás: Két szám – egy harmadikkal osztva – akkor és csak akkor ad egyenlő maradékot, ha a különbségük osztható. Tételünket tehát úgy igazoljuk, hogy az

$$(a_{2n+1}10^{2n+1} + a_{2n}10^{2n} + a_{2n-1}10^{2n-1} + a_{2n-2}10^{2n-2} + \cdots + a_3 10^3 + a_2 10^2 + a_1 10 + a_0) - \\ -(a_{2n+1}10 + a_{2n} + a_{2n-1}10 + a_{2n-2} + \cdots + a_3 10 + a_2 + a_1 10 + a_0)$$

különbségről kimutatjuk, hogy 99-cel osztható.

A kisebbítendő tagszáma pontosan egyezik a kivonandó tagszámával (t. i. $2n+2$) és így a kivonást úgy végezhetjük, hogy a kisebbítendő minden egyes tagjából a kivonandónak megegyező sorszámú tagját vonjuk ki:

$$(a_{2n+1}10^{2n+1} - a_{2n+1}10) + (a_{2n}10^{2n} - a_{2n}) + (a_{2n-1}10^{2n-1} - a_{2n-1}10) + \cdots + \\ +(a_3 10^3 - a_3 10) + (a_2 10^2 - a_2).$$

Minden egyes különbségből a második tagot kiemelve

$$a_{2n+1}10(10^{2n} - 1) + a_{2n}(10^{2n} - 1) + a_{2n+1}10(10^{2n-2} - 1) + \cdots + a_3 10(10^2 - 1) + \\ +a_2(10^2 - 1).$$

Ebben az alakban nyilvánvaló, hogy a kifejezés osztható $(10^2 - 1) = 99$-cel.

Fejes Kálmán (Debrecen, Ref. g. II. o. t.)