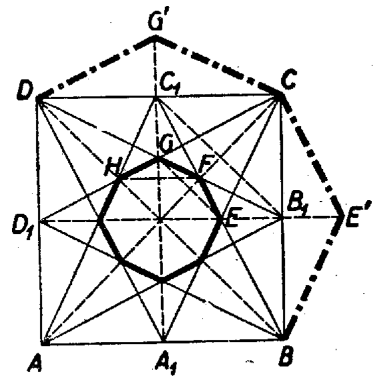
**I. megoldás:** A meghatározott nyolcszög szerkesztésénél fogva tengelyesen tükrös a négyzet átlóira és középvonalaira, és centrálisan szimmetrikus a négyzet középpontjára. A négy szimmetria-tengely a $T$ területű nyolcszöget 8 egybevágó – egyenként $t$ területű – általános háromszögre osztja. (Ezek közül 4–4-ben a körüljárás iránya megegyező. Tehát nyolcszögünk egyenlő oldalú, szemközt fekvő párhuzamos oldalakkal, de nem szabályos.)




A betűzést az ábra mutatja. (A négyzet középpontja $O$ pótlandó.) A szerkesztésből következik, hogy $OE = EB_1 = \frac{a}{4}$, és így egyrészt az $EB_1F\triangle = OEF\triangle = t$, vagyis

$$OB_1G\triangle = 3t,$$

másrészt, $OB_1G\triangle$ az $OB_1CC_1$ négyzet negyedrésze, vagyis

$$OB_1C\triangle = \frac{1}{4} \cdot \frac{a^2}{4} = \frac{a^2}{16}.$$

Tehát

$$3t = \frac{a^2}{16},$$

amiből

$$t = \frac{a^2}{48},$$

és így

$$T = 8t = \frac{a^2}{6}.$$

*Orosz András* (Bp. XVI., Corvin Mátyás g. II. o. t.)

**II. megoldás:** Mivel az $F$ pont a $BCD\triangle$ súlypontja, azért $OC = 3 \cdot OF$ és így, ha a nyolcszögünket az $O$ pontból, mint hasonlósági centrumból $3:1$ arányban nagyítjuk, akkor a $BE'CG'D\ldots$ nyolcszöget nyerjünk, amelynek területe $\left(\text{mivel } B_1E' = \frac{a}{4}\right)$ nyilván $a^2 + 4 \cdot \frac{1}{2}a \cdot \frac{a}{4} = a^2 + \frac{a^2}{2} = \frac{3a^2}{2}$.

Tehát

$$T = \frac{1}{9} \cdot \frac{3a^2}{2} = \frac{a^2}{6}.$$

*Megjegyzés:* Hasonlóképpen lehet megmutatni, hogy a $2:1$ arányban nagyobbított nyolcszög területe

$$a^2 - 4 \cdot \frac{a^2}{12} = \frac{2a^2}{3}$$

és ennélfogva

$$T = \frac{1}{4} \cdot \frac{2a^2}{3} = \frac{a^2}{6}.$$

*Bártfai Pál* (Bp. I., Petőfi g. II. o. t.)

**III. megoldás:** Mivel a négyzetátlók szimmetria tengelyek, azért az $OFGH$ deltoid területe $\frac{T}{4}$. E deltoid területe az előbbiek alapján

$$\frac{1}{2} \cdot OG \cdot HF = \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{4} \cdot \frac{a}{3} = \frac{a^2}{24}$$

és így

$$T = 4 \cdot \frac{a^2}{24} = \frac{a^2}{6}.$$

Hasonlóképpen, mivel a középvonalak is szimmetria tengelyek, azért az $OEFG$ deltoid területe is $\frac{T}{4}$. E deltoid területe

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{6} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{4} = \frac{a^2}{24}.$$

*Lackner Györgyi* (Bp. V., 1. sz. textilip, techn. II. o. t.)