

Tegyük a függvény nevezőjét racionálissá

$$(1) \quad y = \frac{2a\sqrt{1+x^2}(x - \sqrt{1+x^2})}{x^2 - (1+x^2)} = \frac{2ax\sqrt{1+x^2} - 2a(1+x^2)}{-1} = 2a(1+x^2 - x\sqrt{1+x^2})$$

Az  $x$  értéke így írható:

$$x = \frac{1}{2} \left( \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} - \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} \right) = \frac{a-b}{2\sqrt{ab}},$$

amiből

$$x^2 = \frac{a^2 - 2ab + b^2}{4ab},$$

és így

$$(2) \quad 1 + x^2 = \frac{a^2 + 2ab + b^2}{4ab},$$

és

$$(3) \quad x\sqrt{1+x^2} = \frac{a-b}{2\sqrt{ab}} \cdot \left( \pm \frac{a+b}{2\sqrt{ab}} \right) = \pm \frac{a^2 - b^2}{4ab}.$$

A (2) és (3) alatti értékeket (1)-be helyettesítve

$$y = 2a \left( \frac{a^2 + 2ab + b^2}{4ab} \mp \frac{a^2 - b^2}{4ab} \right).$$

Tehát

$$y_1 = 2a \frac{2ab + 2b^2}{4ab} = \frac{2b(a+b)}{2b} = a+b,$$
$$y_2 = 2a \frac{2a^2 + 2ab}{4ab} = \frac{2a(a+b)}{2b} = \frac{a}{b}(a+b).$$

*Kálmán György* (Szolnok, Beloiannisz g. II. o. t.)