

I. megoldás. Egy 3-jegyű szám általános alakja $100a + 10b + c$, ahol a, b, c egyjegyű számok a 0-t is beleértve. A számjegyeket fordított sorrendbe írva: $100c + 10b + a$. Látjuk, hogy $a = c$ esetén a két szám egyenlő és így különbségük nulla. Feltételezhetjük tehát, hogy $a > c$, mely esetben a pozitív különbség $100(a - c) + (c - a)$. Mivel $c - a$ negatív, azért felbontunk egy százast 9 tízesre és 1 tízesre, hogy számunk 3 nem negatív számjeggyel a 10-es számrendszerbeli számok írása szerint felírható legyen

$$100(a - c) + (c - a) = 100(a - c - 1) + 10 \cdot 9 + (10 + c - a),$$

ahol $a - c - 1 = 0$ is lehet, amely esetben $10 + c - a = 10 - 1 = 9$.

E szám számjegyeit fordított sorrendben írva

$$100(10 + c - a) + 10 \cdot 9 + (a - c - 1)$$

Ez utóbbi két szám összege

$$100(10 - 1) + 10 \cdot 18 + (10 - 1) = 900 + 180 + 9 = 1089.$$

Tehát akkor és csakis akkor kapunk eredményül 1089-et, ha az egyesek és százask helyén álló számjegyek nem egyenlők.

Pannonhalmi g. szakköre.

II. megoldás. $(100a + 10b + c) - (100c + 10b + a) = 99(a - c)$, ami csak akkor nem nulla, ha $a \neq c$. Legyen $a > c$. Egy 99-cel osztható 3-jegyű szám középső jegye szükségképpen 9, amint az a $99x = 100x - x$ alakból kitűnik, ahol x egyjegyű számot jelent. ($x = 1$ esetén 099-et tekintjük 3-jegyűnek.) A 9-cel való oszthatóság miatt kell, hogy a két szélső jegy összege is pontosan 9 legyen. Ebből következik a 11-gyel való oszthatóság is ($9 - 9 = 0$). Ha a számjegyek sorrendjét megfordítjuk, vagyis a két szélső jegyet felcseréljük, ez nem érinti a 9-cel és 11-gyel való oszthatóságot. Tehát az új szám is osztható 99-cel és így a két szám összege is 99 többszöröse. Ha a felcserélés előtt a szám értéke $99s$ volt tehát a százask helyén $s - 1$ állott), akkor a felcserélés után a százask helyére $9 - (s - 1) = (10 - s)$ kerül és így az új szám értéke $(11 - s)99$. A két szám összege tehát: $99s + 99(11 - s) = 11 \cdot 99 = 1089$.

Pátkai György (Bp. IX., Fáy András g. II. o. t.)