

I. megoldás: Mindenekelőtt nyilvánvaló, hogy az a, b, c együtthatók között nem lehet két egyenlő, mert különben nem volna 3 független egyenletünk.

(1)-ből (2)-t kivonva

$$a^3 - b^3 + (a^2 - b^2)x + (a - b)y = 0,$$

vagyis $(a - b)$ -vel osztva

$$(4) \quad a^2 + ab + b^2 + (a + b)x + y = 0.$$

Ugyanígy (1)-ből (3)-at kivonva és $(a - c)$ -vel osztva

$$(5) \quad a^2 + ac + c^2 + (a + c)x + y = 0.$$

(4)-ből kivonva (5)-öt

$$a(b - c) + (b^2 - c^2) + (b - c)x = 0,$$

amiből

$$a + b + c + x = 0,$$

és így

$$x = -(a + b + c).$$

x ezen értékét (4)-be helyettesítve

$$\begin{aligned} y &= -a^2 - ab - b^2 + (a + b)(a + b + c) = \\ &= -a^2 - ab - b^2 + a^2 + 2ab + b^2 + ac + bc = ab + ac + bc. \end{aligned}$$

x és y nyert értékeit (1)-be helyettesítve

$$z = -a^3 + a^3 + a^2b + a^2c - a^2b - a^2c - abc = -abc.$$

Deseő Zoltán (Bp. X., I. László g. II. o. t.)

II. megoldás: Tekintsük x, y, z -t a

$$v^3 + xv^2 + yv + z = 0,$$

v -re nézve harmadfokú egyenlet együtthatóinak, amelynek gyökei – feladatunk értelmében – $v_1 = a, v_2 = b, v_3 = c$.

A gyöktényezős alak tehát

$$(v - a)(v - b)(v - c) = 0,$$

vagyis

$$v^3 - (a + b + c)v^2 + (ab + ac + bc)v - abc = 0.$$

Ebből nyilván

$$x = -(a + b + c)$$

$$y = ab + ac + bc$$

$$z = -abc.$$

Kovács László (Debrecen, Ref. g. II. o. t.)