Minden egyes esetben megállapítjuk a 10 számjegyből a feltételeknek megfelelően, képezhető *csoportok* számát. E szám $\frac{9}{10}$ -ed része fogja megadni képezhető *számok* keresett számát, mert a 0-val kezdődő csoportoktól (az összes csoportok $\frac{1}{10}$-részétől) el kell tekinteni.

a) 10 számjegyből egy számjegyet C_{10}^1 féliképpen választhatunk ki. A kiválasztott számjegyből csak 1 öt elemből álló csoport alkotható. Tehát csupa egyenlő számjegyből álló ötjegyű számok száma

$$\frac{9}{10}C_{10}^1=\frac{9}{10}\binom{10}{1}=\frac{9}{10}\cdot 10=9.$$

b) 10 számjegyből 2 különböző számjegyet C_{10}^2 félképpen választhatunk ki. A kiválasztott 2 elemet a, b-vel jelölve, az összes képezhető ötelemű csoportok a következő füzetek $abbbb$, $aabbb$, $aaabb$, $aaaab$ permutációi. Ez utóbbiak száma $2(P_5^4+P_5^{3,2})$. Eszerint a 2 különböző számjegyet tartalmazó öt jegyű számok száma:

$$\frac{9}{10}\cdot\binom{10}{2}\cdot 2\left(\frac{5!}{4!}+\frac{5!}{3!\,2!}\right)=\frac{9}{10}\cdot\frac{10\cdot 9}{1\cdot 2}\cdot 2(5+10)=81\cdot 15=1215.$$

c) 3 különböző jegy esetén a következő füzetek: $aaabc$, $abbbc$, $abccc$, $aabbc$, $abbcc$ permutációi adják az összes alkotható 5 elemű csoportokat. Ezek száma tehát $3\,(P_5^3-1-P_5^{2,2})$ és így a különböző számjegyből álló összes ötjegyű számok száma:

$$\frac{9}{10}\cdot\binom{10}{3}\cdot 3\left(\frac{5!}{3!}+\frac{5!}{2!2!}\right)=\frac{9}{10}\cdot\frac{10\cdot 9\cdot 8}{1\cdot 2\cdot 3}\cdot 3(20+30)=324\cdot 50=16\,200.$$

d) Hasonlóképpen 4 különböző jeggyel alkotható ötjegyű számok száma:

$$\frac{9}{10}\cdot C_{10}^4\cdot 4\cdot P_5^2=\frac{9}{10}\binom{10}{4}4\cdot\frac{5!}{2!}=\frac{9}{10}\cdot\frac{10\cdot 9\cdot 8\cdot 7}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4}\cdot 4\cdot 60=756\cdot 60=45\,360.$$

e) 5 különböző jegyből pedig

$$\frac{9}{10}C_{10}^5P_5=\frac{9}{10}\binom{10}{5}5!=9\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6=27\,216$$

ötjegyű szám képezhető. (Ez utóbbiak száma egyébként a 10 elemből alkotható 5-öd osztályú variációk számának $\frac{9}{10}$-ed része:

$$\frac{9}{10}V_{10}^5=\frac{9}{10}10\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6=27\,216.$$

Megjegyzés: A fenti, *a)*, *b)*, *c)*, *d)*, *e)* alatti ötjegyű számok összessége alkotja az összes létező 5-jegyű számokat, amelyeknek száma 90000 ($99999-9999$ vagy $\frac{9}{10}V_{10}^{1,5}=\frac{9}{10}\cdot 10^5=90000$), és tényleg $9+1215+16200+45360+27216=90000$.

Schmidt Eligius (Bp. II. Fürst S. g. II. o. t.)

Helytelen megoldások száma: 14. Eltekintve attól, hogy nem mind a 10 számjegyet vették figyelembe, leggyakrabban ismétléses variációkkal dolgoztak, megfeledkezvén arról, hogy az n elemből alkotott k-ad osztályú ismétléses variációk között (hiába áll fenn, hogy $k>n$) vannak csoportok, amelyek nem tartalmazzák mind az n elemet, sőt esetleg csak 1 elemet. Továbbá nem tekintettek el a 0-val kezdődő csoportoktól.