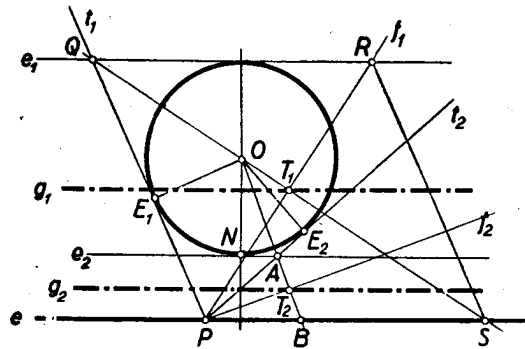


I. megoldás: Jelöljük az adott kör középpontját O -val, az adott egyenest e -vel és az e -n tetszőlegesen felvett pontot P -vel. Szerkesszük meg a körhöz az adott e -vel párhuzamos e_1 és e_2 érintőket (1. ábra)



1. ábra

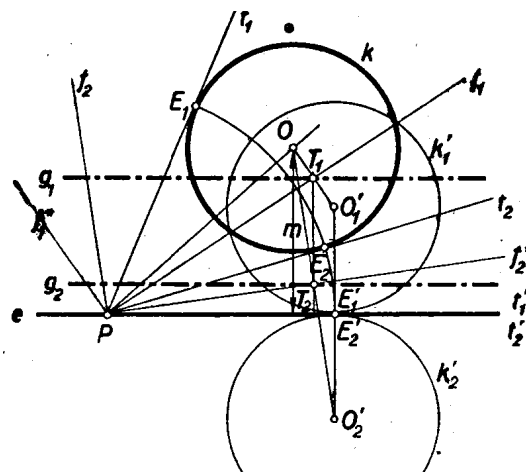
A P -ből a körhöz húzott t_1 érintő messe e_1 -et Q -ban, az e és t_1 szögfelezője f_1 pedig messe e_1 -et R -ben. A PQR nyilván egyenlő szárú, mert az e és f_1 szöge, mint váltószög egyenlő az f_1 és e_1 által bezárt szöggel. A QO egyenes felezi a Q -ból kiinduló két érintő: t_1 és e_1 szögét és mint ilyen szükségképpen merőleges és felezi a PR alapot. Ha a QO egyenes és e metszéspontját S -sel jelöljük, akkor a $PQRS$ négyszög az előbbieket alapján rombusz. Az O -ból az f_1 -re bocsátott merőleges eszerint egyezik a QS rombuszátlójával és e merőlegesnek T_1 talppontja f_1 -en pedig azonos a rombusz átlójának metszéspontjával. Ha P mozog az e egyenesen, akkor a rombusz változik, de a PS , ill. QR rombuszoldalak mindig az e , ill. e_1 egyeneseken maradnak és így a két átló metszéspontja T_1 az e és e_1 párhuzamos egyenesek között felező g_1 egyenesen mozog. Szóról-szóra ugyanúgy kimutathatjuk – a t_2 érintőt tekintve –, hogy a T_2 pontok rajta vannak azon a g_2 egyenesen, amely az e és e_2 párhuzamos egyenesek között felezi. A teljes mértani helyzet: g_1 és g_2 (végtelen hosszú) egyeneseket, csak akkor kapjuk, ha a másik két szögfelezőt is figyelembe vesszük.

Deseő Zoltán (Bp. V. Berzsenyi g. II. o. t.)

II. megoldás: Jelöljük t_2 érintési pontját E_2 -vel. Az O -ból az e -re bocsátott merőleges messe a kört N -ben. az O -ból az f_2 -re bocsátott merőleges talppontja f_2 -n T_2 ; ennek a merőlegesnek metszéspontjai t_2 -vel, e -vel legyenek A ill. B (1. ábra). A merőleges szárú szögek tétele alapján az $NOA \sphericalangle = e f_2 \sphericalangle = f_2 t_2 \sphericalangle = E_2 O A \sphericalangle$ és így az $ANO \triangle \simeq AE_2 O \triangle$, mert $ON = OE$ és az OA oldal közös. De az $AE_2 O \triangle$ derékszögű (mert a t érintő merőleges az OE sugárra) és így az $ANO \triangle$ is derékszögű, tehát $AN \perp ON$, vagyis $AN \parallel e$. Ez azt jelenti, hogy ha P mozog az e -n, az A befutja az e_2 egyenest, a B az e egyenest, és AB felezőpontja T_2 befutja az e_2 és e párhuzamos egyenesek között felező g_2 egyenest.

Kovács László (Debrecen, Ref. g. II. o. t.)

III. megoldás: A betűzést a 2. ábra mutatja.



2. ábra

Tükrözzük az adott k kört és a t_1 , ill. t_2 érintőket az f_1 , ill. f_2^* szögfelezőkre nézve, akkor az O tükörképe O'_1 , ill. O'_2 , a t_1 és t_2 tükörképei egybeesnek e -vel, úgyszintén egybeesnek E_1 és E_2 érintési pontok tükörképei az e egyenesen és ebben az $E'_1 \equiv E'_2$ pontban érintik az adott k kör tükörképei: k'_1 és k'_2 az e egyenest.

Ha P mozog az e egyenesen az O'_1 és O'_2 pontok mozognak az e -vel párhuzamos, e -től r távolságban levő egyeneseken, ha r -rel jelöljük az adott kör sugarát. Ha az O pontnak az e -től való távolságát m -mel jelöljük, akkor az OO'_1 és OO'_2

távolságok felezőpontjai: T_1 és T_2 is az e -vel párhuzamos g_1 és g_2 egyeneseken mozognak, amelyeknek távolságai e -től:

$$\frac{m+r}{2} \text{ ill. } \frac{m+t}{2} - r = \frac{m-r}{2}.$$

(Ez az eredmény másképpen fejezi ki az I. és II. megoldásban megállapított tényt.)