a) Tegyük fel először, hogy $A_1A_4$, $A_2A_5$ és $A_3A_6$ egy pontban metszik egymást. Az *1. ábrán* ez az $M$ pont. Az $A_1A_2M$ és $A_5A_4M$ háromszögek hasonlóak, mert az ábrán $\alpha$-val jelölt szögek egy íven nyugvó kerületi szögek, $M$-nél pedig csúcsszögek vannak. Ezért $\frac{A_1A_2}{A_4A_5}=\frac{A_2M}{A_4M}$. Hasonlóan láthatjuk, hogy $\frac{A_5A_6}{A_2A_3}=\frac{A_6M}{A_2M}$ és $\frac{A_3A_4}{A_6A_1}=\frac{A_4M}{A_6M}$. A három összefüggés szorzatából:

$$\frac{A_1A_2\cdot A_3A_4\cdot A_5A_6}{A_2A_3\cdot A_4A_5\cdot A_6A_1}=\frac{A_2M\cdot A_6M\cdot A_4M}{A_4M\cdot A_2M\cdot A_6M}=1,\qquad \text{tehát}$$

(1)
$$A_1A_2\cdot A_3A_4\cdot A_5A_6=A_2A_3\cdot A_4A_5\cdot A_6A_1.$$

b) Tegyük föl ezután, hogy (1) teljesül. Legyen az $A_1A_4$ és $A_2A_5$ szakaszok közös pontja $M$ *(2. ábra)*. Mivel a hatszög konvex, az $A_1A_2A_3A_4A_5$ ötszög is konvex, így ennek belső pontja $M$. Ezért az $A_3M$ egyenes az $A_1A_5$ szakaszt egy belső pontjában metszi. Az $A_3M$-nek a körrel való második metszéspontját jelöljük $B$-vel. Az előbbi megállapítás következtében $B$ és $A_6$ az $A_1A_5$ egyenesnek ugyanabban a félsíkjában van, és ezért az $\alpha$-val jelölt szögek egyenlők. Az $A_1A_2A_3A_4A_5B$ olyan körbe írt konvex hatszög, amelyre az a) részben bizonyítottak szerint:

(2)
$$A_1A_2\cdot A_3A_4\cdot A_5B=A_2A_3\cdot A_4A_5\cdot BA_1.$$

(2) és (1) hányadosából:

$$\frac{A_5B}{A_5A_6}=\frac{BA_1}{A_6A_1}.$$

Tekintve, hogy az utóbbi arányon kívül az $\alpha$-val jelölt szögek is megegyeznek, az $A_1BA_5$ és $A_1A_6A_5$ háromszögek hasonlók. Mivel a harmadik oldal mindkét háromszögben $A_1A_5$, a hasonlóság aránya 1, tehát a két háromszög egybevágó. A körüljárás irányát is figyelembe véve következik, hogy a $B$ pont és az $A_6$ azonos, tehát $A_1A_4$, $A_2A_5$ és $A_3A_6$ egy ponton mennek keresztül.

*Gombos László* (Zalaegerszeg, Zrínyi M. Gimn., IV. o. t.)