I. megoldás. Mivel a jobb oldal pozitív, a négyzetgyök függvény monotinitása miatt szükséges, hogy $a > 0$ legyen. Az egyenletben szereplő mennyiségek pedig akkor értelmesek, ha $x \geq a$.

Rendezzük $\sqrt{x-a}$-t a jobb oldalra, majd emeljünk négyzetre, mivel mindkét oldal azonos előjelű, ez ekvivalens átalakítás:

$$\begin{aligned} \sqrt{x} &= 2 + \sqrt{x-a} \\ x &= 4 + 4\sqrt{x-a} + x - a. \end{aligned}$$

Újra rendezve:

$$a - 4 = 4\sqrt{x-a}.$$

Mivel a jobb oldal nemnegatív, szükséges, hogy $a \geq 4$ teljesüljön. Ebben az esetben viszont újra négyzetre emelve (ami szintén ekvivalens átalakítás) megoldást kapunk az egyenletre:

$$\begin{aligned} a^2 - 8a + 16 &= 16(x-a) \\ x &= \frac{a^2 + 8a + 16}{16} = \left(\frac{a+4}{4}\right)^2 \end{aligned}$$

(Az $x \geq a$ feltétel teljesül, mert $x - a = \dfrac{(a-4)^2}{16}$.) Az egyenletek tehát $a \geq 4$ esetén van megoldása.

II. megoldás. Az előző megoldáshoz hasonlóan megállapíthatjuk, hogy $a > 0$ és $x \geq a$.

Szorozzuk meg és osszuk el a bal oldalt $\left(\sqrt{x} - \sqrt{x-a}\right)$-val, ami pozitív:

$$\begin{aligned} \frac{\left(\sqrt{x} - \sqrt{x-a}\right)\left(\sqrt{x} + \sqrt{x-a}\right)}{\left(\sqrt{x} + \sqrt{x-a}\right)} &= 2 \\ \frac{a}{\sqrt{x} + \sqrt{x-a}} &= 2. \end{aligned}$$

A bal oldalon álló függvény szigorúan monoton fogy, $x = a$-ban értéke $\sqrt{a}$, $+\infty$-ben 0-hoz tart. Mivel pedig folytonos, Bolzano tétele alapján az értékkészlete a $(0, \sqrt{a}]$ intervallum. Ez az intervallum pontosan akkor tartalmazza a 2-t, ha $\sqrt{a} \geq 2$, azaz $a \geq 4$.

Az egyenletnek tehát $a \geq 4$ esetén van megoldása.