

Jelöljük a 9-szög oldalát a -val, a (konvex) AIH szöget pedig x -szel. Jelölje továbbá $AIH_k\triangleleft$ azt a szöget, amelynek csúcsa az I pont, és az $AIH\triangleleft$ -et 360° -ra egészíti ki. A lefedés tényéből következik, hogy

$$(1) \quad AIH\triangleleft = BCD\triangleleft = NJK\triangleleft = JKL\triangleleft = IHG\triangleleft = x.$$

Hasonlóan megmutatható, hogy $HGF\triangleleft = x$. Ezekből következik, hogy

$$(2) \quad BCD_k\triangleleft = CDE_k\triangleleft = DEF_k\triangleleft = 360^\circ - x.$$

Mivel $JAB\triangleleft = x$ és $JAI\triangleleft = ABC\triangleleft$,

$$(3) \quad IAB\triangleleft + ABC\triangleleft = x.$$

Osszuk fel az $ABCDEFGHI$ 9-szöget hét háromszögre az *ábra* szerint. A 9-szög belső szögeinek összege $7 \cdot 180^\circ$. (1) és (2) alapján

$$AIH\triangleleft + IHG\triangleleft + HGF\triangleleft + BCD_k\triangleleft + CDE_k\triangleleft + DEF_k\triangleleft = 3 \cdot 360^\circ,$$

ezért

$$IAB\triangleleft + ABC\triangleleft + EFG\triangleleft = 180^\circ.$$

Ebből (3) szerint $EFC\triangleleft = 180^\circ - x$. A $HGFE$ négyszögben

$$HGF\triangleleft + EFG\triangleleft = x + 180^\circ - x = 180^\circ,$$

és $HG = GF = FE = a$, ezért ez a négyszög rombusz. Hasonlóan megmutatható, hogy $HEDI$ és $IDCA$ is a oldalú rombusz. De akkor az $ABC\triangleleft$ szabályos, és az $ABC\triangleleft = 60^\circ$.

A többi szög meghatározásához vegyük figyelembe, hogy

$$(4) \quad AID\triangleleft = ACD\triangleleft = 360^\circ - x - 60^\circ = 300^\circ - x, \quad \text{továbbá}$$

$$(5) \quad HID\triangleleft = HED\triangleleft = 360^\circ - 2x.$$

Mivel $AIH\triangleleft = AID\triangleleft + HID\triangleleft$, (4) és (5) alapján $x = 300^\circ - x + 360^\circ - 2x$, amiből $x = 165^\circ$. Így $EFG\triangleleft = 15^\circ$ és $BAI\triangleleft = 105^\circ$.

Tehát az $ABCDEFGHI$ 9-szög szögei rendre:

$$105^\circ, \quad 60^\circ, \quad 195^\circ, \quad 195^\circ, \quad 195^\circ, \quad 15^\circ, \quad 165^\circ, \quad 165^\circ, \quad 165^\circ.$$

Kucsera Judit (Révkomárom, Magyar Tannyelvű Gimn., II. o. t.)