

Legyen először a szerkesztendő hatszög konvex. Tegyük fel továbbá, hogy van két egyenlő szemközti oldalpárja, ezek az *1. ábrán*  $AF = CD$ . Megmutatjuk, hogy ekkor a másik két szemközti oldalpár is egyenlő. Az *1. ábra* alapján látjuk, hogy  $AFM\Delta \cong DCN\Delta$ , hiszen megegyeznek egy oldalban és a rajta fekvő két szögben. Ezért  $CN = FM$  és  $DN = MA$ , amiből rögtön következik, hogy  $BC = EF$  és  $AB = ED$ . Mivel az  $MBNE$  paralelogramma középpontosan szimmetrikus, a hatszög is szimmetrikus lesz az  $MN$  szakasz felezőpontjára. Ezért egy ilyen hatszög úgy szerkeszthető meg, hogy az adott  $AB, BC, CD$  szakaszokat egymáshoz csatlakozóan fölmérjük, majd ezt az alakzatot  $AD$  felezőpontjára tükrözzük. A kapott (esetleg nem konvex) megoldás kielégíti a feladat feltételeit, és nyilvánvaló, hogy végtelen sok megoldás lesz.

Vizsgáljuk ezután azt az esetet, amikor a hatszög konvex és  $a, b, c, d, e, f$  oldalai közül a szemköztiek különböző hosszúságúak. A jelölést megválaszthatjuk úgy, hogy  $a < d$  legyen. A *2. ábra* jelöléseivel  $ND > MA$  és  $AFM\Delta \sim DCN\Delta$ . Ezért  $c > f$  és  $NC > FM$ , azaz  $e > b$ . Húzzunk párhuzamosot a  $B$  ponton át a  $CD$ , a  $D$ -n át az  $EF$ , és  $F$ -en át az  $AB$  oldallal. Ezek a párhuzamosok meghatározzák a  $PQR$  háromszöget, amelynek oldalai:  $PQ = a - d$ ,  $QR = c - f$ ,  $RP = e - b$ . A  $PQR$  háromszög három oldalából megszerkeszthető. A  $PQ$  szakasz  $P$ -n túli meghosszabbításán  $P$ -től  $d$  távolságra van az  $F$  pont. Hasonlóan kapjuk a  $QR$ -en, illetve  $RP$ -n a  $B$ , illetve  $D$  pontot. Az  $A, C, E$  pontokat „paralelogrammává kiegészítéssel” nyerhetjük.

A feladat megoldható, ha az  $a - d, c - f, e - b$  szakaszok eleget tesznek a háromszögegyenlőtlenségeknek, és emellett teljesülnek a már korábban megállapított  $a > d, c > f$  és  $e > b$  feltételek. Ekkor egy megoldás lesz. Legyen ezután a hatszög konkáv. A feladat feltételeiből következik, hogy a szerkesztendő hatszög szemközti szögei egyenlők (váltószögek). A hatszög tehát csak úgy lehet konkáv, hogy két szemközti szöge egyszerre konkáv. Ilyen esetet rajzoltunk le a *3. ábrán*. Ha itt most  $a = d$ , akkor a konvex esethez hasonlóan megmutatható, hogy a másik két szemközti oldalpár is egyenlő, és végtelen sok megoldás lesz (közöttük konvex megoldások is). Tegyük fel ezután, hogy  $a > d$ . Ekkor  $AM > ND$ , és  $AMF\Delta \sim DNC\Delta$ . Ezért  $f > c$  és  $FM > NC$ , azaz  $b > e$ . (Ez eltér a konvex esetre kapott feltételtől, mert itt  $a$  és  $a$  két szomszédja nagyobbak, mint a velük szemközti oldalak.) Tükrözzük ezután az  $F$  és  $C$  csücsöt az  $AE$ , illetve  $BD$  átló felezőpontjára. Az így kapott  $ABC'DEF'$  konvex hatszögre teljesülnek az első részben megállapított feltételek, a tükrözések utáni ábra analóg a *2. ábrával*, a megoldás tehát a fentebb leírt módon (az  $ABC'DEF'$  megszerkesztésével) folytatható.

*Maróti Gábor* (Szombathely, Nagy Lajos Gimn., IV. o. t.) dolgozata alapján