

Az  $a$ ,  $b$  és  $a + b$  számok közül legalább az egyik páros. Ha ugyanis  $a$  és  $b$  páratlan, akkor  $a + b$  két páratlan szám összege, tehát páros. Ha (a páros)  $ab(a + b)$  és az  $n$  relatív prímek, akkor  $n$  biztosan páratlan.

Páros  $n$ -hez tehát nem találhatók megfelelő  $a$  és  $b$  számok.

Ha  $n$  páratlan, akkor például  $a = b = 1$  megfelelő, mert  $ab(a + b) = 2$  relatív prím  $n$ -nel.

Ha azt is kikötjük, hogy  $a - b$  ne legyen osztható  $n$ -nel, akkor  $n$  nem lehet 1, hiszen az 1 minden számnak osztója.

Ha  $n$  egy 3-nál nagyobb páratlan szám, akkor például  $a = 2$ ,  $b = n - 1$  megfelelők, mert  $ab(a + b) = 2(n - 1)(n + 1)$  mindegyik tényezője relatív prím  $n$ -hez (s szomszédos egész számok relatív prímek), és  $a - b = 3 - n$  nem osztható  $n$ -nel, mert  $n$ -nel osztva 3 maradékot ad.

Ha viszont  $n = 3$ , akkor  $a$  és  $b$  egyike sem lehet osztható 3-mal, de azonos maradékot sem adhatnak 3-mal osztva a  $3 \nmid (a - b)$  feltétel miatt. Ez pedig csak úgy lehetséges, ha egyikük 1, a másik 2 maradékot ad. Ebben az esetben azonban  $a + b$  osztható 3-mal. Tehát  $n = 3$  esetén sincsenek megfelelő  $a$ ,  $b$  számok.

A válasz a feladat kérdésére: az első esetben páratlan pozitív, a második esetben a 3-nál nagyobb páratlan  $n$ -ekhez létezik megfelelő  $a$  és  $b$ .