Legyen az osztályzatok száma n, összegük s. Az, hogy az átlag 4,5 fölött van, de a 4,51-ot nem éri el, azt jelenti, hogy

$$4,5 < \frac{s}{n} < 4,51.$$

Szorozzuk meg az egyenlőtlenség mindkét oldalát $2n$-nel, és vonjunk ki $9n$-et:

$$9n < 2s < 9,02n \qquad 0 < 2s - 9n < 0,02n$$

A középen szereplő $2s - 9n$ egész szám. Az, hogy 0-nál nagyobb, azt jelenti, hogy legalább 1: (1)

$$1 \leq 2s - 9n < 0.02n,$$

amiből

$$1 < 0,02n,$$

azaz

$$50 < n$$

következik. Mivel n pozitív egész szám (az osztályzatok száma), ez az egyenlőtlenség azt jelenti, hogy n legalább 51.

Ha $n = 51$, akkor meg lehet választani az osztályzatokat úgy, hogy a feltétel teljesüljön. Ha például valaki 26 darab 5-öst és 25 darab 4-est kap, akkor az átlaga:

$$\frac{26 \cdot 5 + 25 \cdot 4}{51} = \frac{230}{51} \approx 4.5098.$$

A 4,5 és 4,51 közé eső átlaghoz tehát legalább 51 osztályzat szükséges. (Egyébként igen ritka, hogy valakinek ennyi jegye legyen egy félévben!)

Herényi Gergely (Budapest, József A. Gimn., III. o. t.)

Megjegyzés. Az n nem lehet bármilyen, 50-nél nagyobb szám. Ha ugyanis n páros, akkor $2s - 9n$ pozitív páros szám, így (1) helyett a

$$2 \leq 2s - 9n < 0,02n,$$

ebből pedig a

$$100 < n$$

egyenlőtlenséget kaptjuk. Az 50-nél nagyobb páratlan, illetve 100-nál nagyobb páros n-ek viszont már valamennyien lehetségesek, mert ilyenkor s értékét meg lehet választani úgy, hogy $2s - 9n = 1$, illetve $2s - 9n = 2$ legyen. Páratlan n esetén például $\frac{n+1}{2}$ darab 5-ös és $\frac{n-1}{2}$ darab 4-es, páros n esetén $\frac{n}{2} + 1$ darab 5-ös és $\frac{n}{2} - 1$ darab 4-es osztályzattal előállítható a kívánt átlag.