

Jelöljük a szabályos háromszög súlypontját S -sel, területét t -vel. Használjuk az *ábra* további jelöléseit. Az e egyenes párhuzamos az AB oldallal, ezért az $ABC\triangle$ és az $MNC\triangle$ hasonló, és a hasonlóság aránya $\frac{2}{3}$. Ezért $t_{MNC} = \frac{4}{9}t$. Így az e egyenes $\frac{4}{9}t$ és $\frac{5}{9}t$ területű részekre osztja a háromszöget, amiért

$$(1) \quad \frac{t_{MNC}}{t_{ABNM}} = \frac{4}{5}.$$

1. ábra

Forgassuk el az e egyenest egy $\alpha < 30^\circ$ szöggel. Legyen az elforgatott egyenes e' , ennek az AC és BC oldalakkal való metszéspontja X , illetve Y . Húzzunk párhuzamost az M ponton át a BC oldallal. Ez az SX szakaszt egy belső Z pontjában metszi. Mivel $MS = SN$, az $MZS\triangle$ és $SNY\triangle$ területe egyenlő, azért az $XYC\triangle$ területe éppen az $XZM\triangle$ területével több, mint az $MNC\triangle$ területe. Ugyanennyivel kevesebb az $ABYX$ négyszög területe, mint az $ABNM$ négyszögé. Így (1)-et fölhasználva:

$$(2) \quad \frac{4}{5} \leq \frac{t_{XYC}}{t_{ABYX}}.$$

Az is világos, hogy a (2) jobb oldalán lévő tört a $0 \leq \alpha \leq 30^\circ$ esetében e' egybeesik AS -sel, és a részek területének aránya 1. Ezért (2) alapján:

$$(3) \quad \frac{4}{5} \leq \frac{t_{XYC}}{t_{ABYX}} \leq 1.$$

Az e' egyenest tovább forgatva az AC -vel párhuzamos helyzetig, a területek aránya most 1 és $\frac{4}{5}$ között lesz. A keresett arány tehát a $\left[\frac{4}{5}; \frac{5}{4}\right]$ intervallumban van.

Makai Márton (Debrecen, Fazekas M. Gimn., II. o.t.) dolgozata alapján

Megjegyzés Több megoldónk valamilyen paraméter függvényében fölírta a részek területét, és meghatározta a terület-arány szélsőértékeit.

