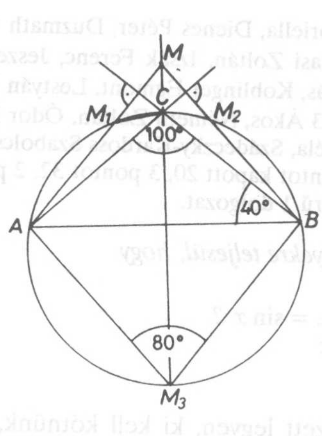
Ismeretes, hogy a háromszög magasságpontjának az oldalegyenesekre vonatkozó tükörképei a körülírt körön vannak. Ezért a feladatban szereplő konvex hatszög húrhatszög. Könnyen beláthatjuk, hogy ha a háromszög hegyesszögű, akkor a tükrözések után létrejövő húrhatszög területe éppen kétszerese a háromszög területének. Ha a háromszög derékszögű, akkor magasságpontja a derékszögű csúcs, amelynek a befogókra való tükörképe önmaga, tehát a feladatban említett hatszög nem jön létre. Ezért az eredeti háromszög tompaszögű. Legyenek ennek csúcsai A, B, C, magasságpontja M. Tegyük fel először, hogy M-nek a tompaszöget bezáró oldalakra vonatkozó M_1, illetve M_2 tükörképe az MA, illetve MB szakasz belső pontja (*1. ábra*). Világos, hogy az $ABM\triangle$ magasságpontja C, és ezért ez a háromszög hegyesszögű. A most vizsgált esetben a tükrözések után kapott hatszög: $M_3AM_1CM_2B$, és előbbi megállapításunk szerint $AMB\sphericalangle = AM_3B\sphericalangle$ hegyesszög, ezért a hatszög $80\circ$-os szöge M_3-nál van. A szögek sorrendjéből azt is látjuk, hogy M_1 és M_2-nél vannak a $140\circ$-os szögek. Az AM_3BC húrnégyszögből $ACB\sphericalangle = 100^\circ, 4,^\circ, 40^\circ$, azaz a háromszög egyenlő szárú. De akkor a háromszög — és vele együtt a hatszög is — szimmetrikus az MC egyenesre. A hatszög azonban, tekintve, hogy az A és B-nél lévő szögei különbözőek, nem szimmetrikus MC-re, így ilyen megoldás nincs.

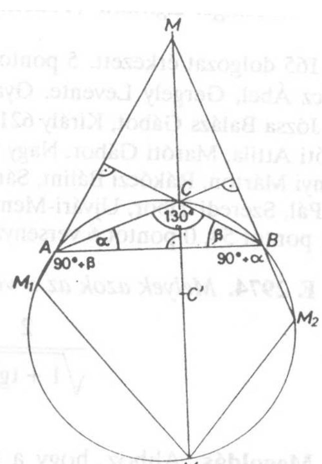
Másodszorra nézzük azt az esetet, amikor M_1 és M_2 az MA-nak A-n túli, illetve MB-nek B-n túli meghosszabbításán van (*2. ábra*). A hatszög csúcsai most *1. ábra* *2. ábra* $M_3M_1ACBM_2$ sorrendben következnek. Az ábra jelölései szerint $M_1AB\sphericalangle = 90^\circ + \beta$, ezért a hatszögben $M_1AC\sphericalangle = 90^\circ + \alpha + \beta$. Hasonlóan kapjuk, hogy $CBM_2\sphericalangle = 90^\circ + \alpha + \beta$. Ilyen hatszögben az A és B csúcsnál vannak egyenlő szögek, ezek a szögek 140° nagyságúak, amiért $\alpha + \beta = 50\circ$, és így $ACB\sphericalangle = 130^\circ$. Ez valóban megoldás, mert az M_1ACBM_2 körbe írt töröttvonal kiegészíthető a kívánt hatszöggé. Tükrözzük ugyanis C-t AB-re, a tükörkép legyen C'. Messe CC' a kört M_3-ban. Az ACM_3M_1 húrnégyszögből $AM_1M_2\sphericalangle = 90^\circ + \alpha$, ezért $\alpha = 20^\circ$ esetén ez a szög 110°, és ugyanígy az M_2-nél lévő szög 120°. Ezután az M_3-nál lévő szög kiszámítható, ez 80° lesz. Mivel C-nek az AB-re vonatkozó tükörképe a CM_3 szakasz belső pontja, a hatszög területe nagyobb lesz, mint a háromszög területének kétszerese.

Már csak az az eset van hátra, amikor M_1 az MA belső pontja, M_2 pedig MB meghosszabbításán van, vagy fordítva. (M_1 vagy M_2 nem eshet egybe A-val vagy B-vel, mert akkor nem jönne létre a hatszög.) Ekkor az $ABM_2\sphericalangle = 90^\circ + \alpha$, tehát tompaszög, és így az ABM_2M_3 húrnégyszögben M_3-nál hegyesszög van (*3. ábra*). Ez a szög tehát a hatszög 80°-os szöge, és a feltételek szerint $M_1BC\sphericalangle = 130^\circ, AM_1C\sphericalangle = 140^\circ$. Az $ABCM_1$ húrnégyszögből $\beta = 40^\circ$, amiért $M_1AM_3\sphericalangle = 100^\circ$, és ez ellentmondás, mert a hatszögnek nincsen 100°-os szöge. Ilyen ponthatos nem felelhet meg adatainknak. A feladat kérdésére tehát azt válaszolhatjuk, hogy a háromszög legnagyobb szöge 130°.

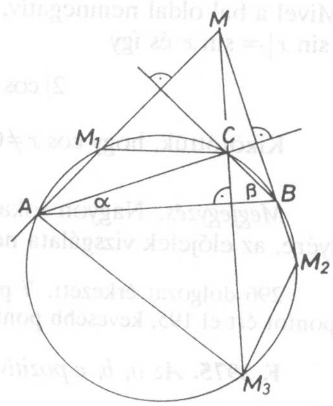
3. ábra

Koblinger Egmont (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., III. o.t.) dolgozata alapján





2. ábra


M
M1
C
A
α
β
B
M2
M3