I. megoldás. A szokásos jelöléseket használva a számtani és a mértani közép közötti egyenlőtlenség alapján:

$$\sqrt{(s-b)(s-c)} \leq \frac{s-b+s-c}{2} = \frac{a}{2}.$$

A Heron-formula szerint:

$$t = \frac{a \cdot m_a}{2} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \leq \sqrt{s(s-a)} \cdot \frac{a}{2},$$

amiből $m_a \leq \sqrt{s(s-a)}$.

Hasonlóan kapjuk, hogy $m_b \leq \sqrt{s(s-b)}$ és $m_c \leq \sqrt{s(s-c)}$. A magasságokra kapott egyenlőtlenségekből:

$$m_a^2 + m_b^2 + m_c^2 \leq s(s-a+s-b+s-c) = s^2,$$

amit bizonyítani kellett.

II. megoldás. Az *ábra* B' pontját úgy kaptuk, hogy az A ponton átmenő, BC-vel párhuzamos egyenesre tükröztük a B csúcsot. Ezért B' távolsága a BC oldaltól $2m_a$, és $B'C = \sqrt{4m_a^2 + a^2}$. A háromszög-egyenlőtlenség szerint $\sqrt{4m_a^2 + a^2} \leq b + B'A = b + c$, amiből $4m_a^2 \leq (b+c)^2 - a^2$. Hasonlóan kapjuk, hogy

$$4m_b^2 \leq (a+c)^2 - b^2 \quad \text{és}$$
$$4m_c^2 \leq (a+b)^2 - c^2.$$

A három egyenlőtlenséget összeadva:

$$4m_a^2 + 4m_b^2 + 4m_c^2 \leq (b+c)^2 + (a+c)^2 + (a+b)^2 - a^2 - b^2 - c^2 = 4s^2,$$

amiből következik a feladat állítása.