

I. megoldás. Jelöljük A -val azt a csúcsot, amelyből húzott nevezetes vonalak a szöget 4 egyenlő részre osztják. Az AB és AC oldalak nyilván különböző hosszúságúak, ezért feltehetjük, hogy $AB < AC$. A magasság, a szögfelező és a súlyvonal metszéspontja a BC oldallal legyen M, F, S . Az $AB < AC$ feltevés miatt a pontok sorrendje a BC oldalon: B, M, F, S, C . Az *ábra* további jelöléseit használva, $MBA \sphericalangle = 90^\circ - \alpha$, $ACM \sphericalangle = 90^\circ - 3\alpha$.

A szinusztétel alapján:

$$\frac{AS}{BS} = \frac{\sin(90^\circ - \alpha)}{\sin 3\alpha} \quad \text{és}$$

$$\frac{AS}{SC} = \frac{\sin(90^\circ - 3\alpha)}{\sin \alpha}.$$

Ezekből — tekintve, hogy $BS = SC$ —

$$\frac{\sin(90^\circ - \alpha)}{\sin 3\alpha} = \frac{\sin(90^\circ - 3\alpha)}{\sin \alpha},$$

és így $\sin \alpha \cdot \cos \alpha = \sin 3\alpha \cdot \cos 3\alpha$. Ezt az egyenletet 2-vel szorozva: $\sin 2\alpha = \sin 6\alpha$. Az AMC háromszögből láthatjuk, hogy $3\alpha < 90^\circ$, tehát $\alpha < 30^\circ$, ezért utóbbi egyenletünkéből $6\alpha = 2\alpha$, vagy $6\alpha = 180^\circ - 2\alpha$, és így $\alpha = 0^\circ$ vagy $\alpha = 22,5^\circ$. Az $\alpha = 0^\circ$ nem ad megoldást. A háromszög szögei: $90^\circ, 67,5^\circ$ és $22,5^\circ$.

II. megoldás. Ismeretes, hogy a háromszög egyik szögfelezője és a szög csúcsával szemközti oldal felezőmerőlegese a körülírt körön metszik egymást. Az *ábrán* ez a pont T . Könnyű belátni, hogy $FTS \sphericalangle = MAF \sphericalangle = \alpha$, ezért az ATS háromszög egyenlő szárú. De akkor AT felező merőlegese átmegy az S ponton. Mivel BC felező merőlegese is illeszkedik S -re, az S pont a körülírt kör középpontja. Ezért a Thalész-tétel szerint $4\alpha = 90^\circ$, és így a háromszög szögei $90^\circ; 67,5^\circ$ és $22,5^\circ$.

Rákóczi Bálint (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., IV. o. t)