

Legyen tetszőleges $0 \leq n \leq 75$ -re $S(n) = a_{n+1} + a_{n+2} + \dots + a_{n+25}$. Azt kell igazolnunk, hogy S felveszi az 1 értéket.

Először S néhány egyszerű tulajdonságára mutatunk rá.

I. S értéke mindig páratlan, mert páratlan sok (huszonöt) páratlan szám összege.

II. S sohasem 0, hiszen a 0 nem páratlan szám.

III. Ha $0 \leq n \leq 74$, akkor $S(n)$ és $S(n+1)$ különbsége legfeljebb 2. Ez azért igaz, mert

$$|S(n) - S(n+1)| = |a_{n+1} - a_{n+26}| \leq |a_{n+1}| + |a_{n+26}| = 2.$$

IV. S egyaránt felvesz pozitív és negatív értéket is. Ez egyszerűen következik abból, hogy

$$S(0) + S(25) + S(50) + S(75) = a_1 + a_2 + \dots + a_{100} = 0.$$

Tekintsük most S -nek két olyan, szomszédos helyen vett értékét, amelyek ellentétes előjelűek (ha ilyen szomszédos helyen nem léteznek, akkor S minden értéke azonos előjelű lenne). Ezek közül a pozitív legalább +1, a negatív legfeljebb -1, de a különbségük legfeljebb 2. Ez csak úgy lehetséges, ha a két érték pontosan +1 és -1.

Ezzel az állítást igazoltuk.