A hegyesszögek felét jelöljük α-val, illetve β-val. Az *1. ábra* jelöléseit használva az AA_1B háromszögből a szinusztétel szerint

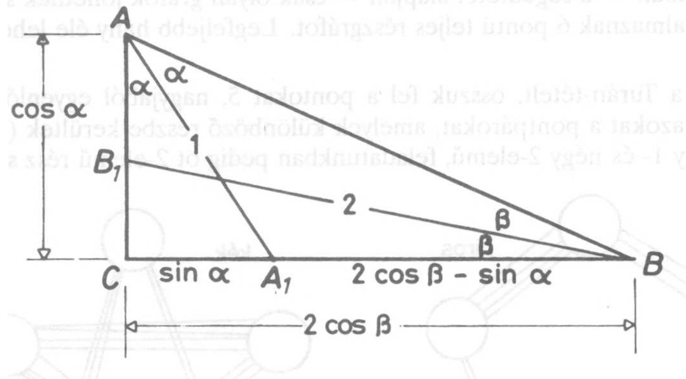
(1) $$2\cdot\cos\beta-\sin\alpha=\frac{\sin\alpha}{\sin 2\beta}.$$

Ezzel ekvivalens a

$$2\cdot\sin 2\beta\cdot\cos\beta=\sin\alpha(1+\sin 2\beta)$$

felírás, amelyből az $\alpha+\beta=45^\circ$ összefüggéssel

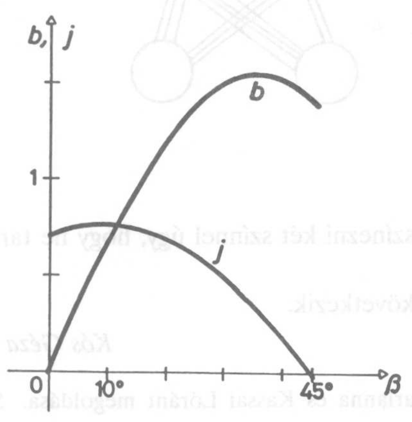
(2) $$2\cdot\sin 2\beta\cdot\cos\beta=\sin(45^\circ-\beta)(1+\sin 2\beta).$$



1. ábra

Ezt az egyenletet először grafikusan próbáljuk megoldani.

Mind a bal oldalon, mind a jobb oldalon lévő tényezők ábrázolása után „grafikus szorzást" hajtunk végre. Mivel β csak a $(0;45^\circ)$ intervallumban változhat, a grafikonokat elég ebben az intervallumban megrajzolni (*2. ábra*). A vázlatrajz egy megoldást mutat 10° közelében. Behelyettesítéssel megállapítható, hogy $\beta_1=11{,}5^\circ$ esetén a bal oldal helyettesítési értéke kisebb, $\beta_2=12^\circ$ esetén pedig nagyobb, mint a jobb oldalé. Ezért $\beta_3=\dfrac{\beta_1+\beta_2}{2}=11{,}75^\circ$ a keresett gyök egy β_1-nél és β_2-nél pontosabb közelítő értéke, és amint azt behelyettesítéssel megállapíthatjuk, a keresett gyök β_1 és β_3 között van. Ezt az úgynevezett felezési módszert tovább folytatva $\beta_4=\dfrac{\beta_1+\beta_3}{2}=11{,}625^\circ$ közelítő értéket kapjuk (2) gyökére. Néhány lépés után – zsebszámológéppel számolva – az eléggé pontos $\beta=11{,}52903^\circ$ közelítő értékhez jutunk, amellyel a bal oldal helyettesítési értéke 0,7675235, a jobb oldalé pedig 0,7675226. Ezzel a β értékkel $\alpha=33{,}47097^\circ$, a két befogó pedig $\cos\alpha=0{,}834165$ és $2\cdot\cos\beta=1{,}959647$.



2. ábra

Reményi Gusztáv

Megjegyzés. Az (1) egyenletből β-t kiküszöbölve a

$$\operatorname{tg}^3\alpha+\operatorname{tg}^2\alpha+(\sqrt{2}-1)\operatorname{tg}\alpha-1=0$$

harmadfokú egyenlethez jutunk. Az ilyen egyenletek megoldási módszere megtalálható pl. *Fuchs László:* Bevezetés az algebrába és számelméletbe II. rész 86. old. Az egyenletet az úgynevezett Cardano-képlettel megoldva a két befogó: $b=0{,}8341$, $a=1{,}9596$.

Mosonyi Milán (Budapest, Veres Péter Gimn., III. o. t.)