Nyilván elegendő az első állítást igazolni. Jelöljük az A csúcsból a β szög felezőjére bocsátott merőleges talpontját T-vel, a beírt kör középpontját pedig O -val. Használjuk az ábrák további jelöléseit is. A Thalész tétel szerint $OFCE$ és $OAFT$ (vagy a 2. *ábrán* $OATF$) húrnégyszög. Nyilvánvaló, hogy T a háromszög külső-, belső- vagy határpontja egyaránt lehet. Ezért három esetet különböztetünk meg.

1993-10-309-1.eps

1. ábra

Legyen először T belső pont. Ez akkor következik be, ha $AB < BC$ (*1. ábra*). Az $OFCE$ húrnégyszögből

(1) $$OFE\sphericalangle = OCE\sphericalangle = \frac{\gamma}{2}.$$

Az $AOT\sphericalangle$ az $ABO\triangle$ külső szöge, ezért $AOT\sphericalangle = \frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2}$, és így

(2) $$OAT\sphericalangle = 90^\circ - AOT\sphericalangle = 90^\circ - \frac{\alpha+\beta}{2} = \frac{\gamma}{2}.$$

Az $OAFT$ húrnégyszögből és (2)-ből

(3) $$OFT\sphericalangle = OAT\sphericalangle = \frac{\gamma}{2},$$

ezért (1) és (3) alapján $OFE\sphericalangle = OFT\sphericalangle$, és ekkor E, F, T egy egyenesen vannak.

Ha T illeszkedik AC-re – ekkor $AB = BC$ – így T egybeesik F-fel, tehát E, F és T egy egyenesen lesz.

1993-10-309-2.eps

2. ábra

Végül legyen T külső pont. Ez esetben $AB > BC$ (*2. ábra*). Az $OATF$ húrnégyszögből $OFT\sphericalangle = 180^\circ - OAT\sphericalangle = 180^\circ - \frac{\gamma}{2}$, hiszen az $OAT\sphericalangle$ most is $\frac{\gamma}{2}$. Mivel (1) is érvényes, azért $OFE\sphericalangle = \frac{\gamma}{2}$. E két megállapításunkból:

$$EFT\sphericalangle = EFO\sphericalangle + OFT\sphericalangle = \frac{\gamma}{2} + 180^\circ - \frac{\gamma}{2} = 180^\circ.$$

Markót Mihály (Szeged, Radnóti M. Gimn., II. o. t.)

Megjegyzés. Akiknek a megoldása hiányos, nem gondoltak arra, hogy a merőlegesek talppontjai a háromszög belsejébe is eshetnek.