

Mivel az oktaéder egyik lapja sem illeszkedik az O pontra, és egyik lapja sem párhuzamos t -vel, föltehetjük, hogy AB nem megy át O -n és nem párhuzamos t -vel. Tekintsük a feladatot megoldottnak. Az oktaédernek a t tengelyre nem illeszkedő csúcsait tartalmazó síkot jelöljük S -sel. Legyen pl. a B pont vetülete S -en B' , ugyancsak a B pont vetülete a CD élen B_1 , az oktaéder éle a , és használjuk az *ábrák* további jelöléseit is.

1993-05-210-1.eps

1993-05-210-2.eps

A $GFO\angle = \alpha$ megszerkeszthető, ugyanis $\cos \alpha = \frac{OF}{GF} = \frac{\frac{a}{2}}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$. Ha AB nem párhuzamos CD -vel, akkor AB metszi az S síkot egy M pontban. Ez a pont illeszkedik a CD élre, és $B'M \geq B'B_1$. Ezért a BB' közös befogójú $BB'M$ és $BB'B_1$ derékszögű háromszögek összehasonlításából $BMB'\angle \leq \alpha$. A B' pont megszerkeszthető, az α szög szintén, ezért megszerkeszthető a $BB'B_1$ háromszög, és így ismerjük a $B'B_1$ szakaszt. Ezért a CD él egyenesét úgy kaphatjuk meg, hogy az M pontból érintőt húzunk a B' középpontú $B'B_1$ sugarú körhöz.

Ezután a szerkesztést a következőképpen végezhetjük el:

A t egyenesre az O ponton átmenő merőleges síkot szerkesztünk, ez az S sík. Nézzük először azt az esetet, amikor AB metszi az S síkot. Ekkor A és B közül legalább az egyik nem illeszkedik S -re, legyen ez a B . Megszerkesztjük B S -re eső vetületét, majd α és BB' segítségével a $B'B$ szakaszt. Az S síkban a $B'B$ sugarú és B' középpontú körhöz M -ből húzott érintők megadják a CD él egyenesét. Ennek az egyenesnek O -tól való távolsága $\frac{a}{2}$, és ezután az a oktaéderél birtokában a szerkesztés befejezhető.

Ha $B'M > B'B_1$ – ekkor, mint fentebb megállapítottuk, $BMB'\angle < \alpha$ – két megoldás lesz, feltéve, hogy egyik érintő se megy át az O ponton. Ha $B'M = B'B_1$, amikor is M azonos B_1 -gyel, egy megoldás lesz, feltéve, hogy a B' középpontú $B'B_1$ sugarú kör B_1 pontbeli érintője nem megy át az O ponton, ha átmegy, akkor nincs megoldás.

Ha $AB \parallel S$, akkor ismerjük CD irányát, és a CD egyenest megkapjuk, ha a B' középpontú $B'B_1$ sugarú körhöz AB -vel párhuzamos érintőket húzunk. Most is két megoldás lesz, ha O nem illeszkedik egyik érintőre sem, kivéve még azt az esetet, ha O rajta van a két érintő középpárhuzamosán, amikor is a két megoldás egybeesik. Ez akkor fordul elő, ha AB metszi a t egyenest.

Végül, ha AB illeszkedik S -re, akkor AB egyúttal a CD egyenes is, és egy megoldás lesz.

Csörnyei Marianna (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., III. o. t.)
dolgozata alapján