

Jelöljük a lapok, élek és csúcsok számát sorra  $l$ ,  $e$  és  $c$ -vel. Mivel a poliéder konvex, teljesül rá az Euler-tétel:

$$(1) \quad l + c = e + 2.$$

A másik feltétel szerint  $l > c$ , ezért létezik olyan  $k$  pozitív egész, amellyel

$$(2) \quad l = c + k.$$

Megmutatjuk, hogy a poliéder lapjai között legalább 6 háromszög van. Legyen a lapok között  $m$  darab háromszög és  $n$  háromnál több oldalú lap.

Ezzel a jelöléssel

$$(3) \quad l = m + n.$$

Mivel minden él két laphoz tartozik, a test éleinek száma legalább  $\frac{3m + 4n}{2}$ , azaz

$$(4) \quad e \geq \frac{3m + 4n}{2}.$$

A (2) összefüggésből  $c$  értékét (1)-be helyettesítve:  $2l - k = e + 2$ , innen (3) és (4) alapján:  $2(m + n) - k \geq \frac{3m + 4n}{2} + 2$ . Ebből  $m \geq 4 + 2k$ , ami azt mutatja, hogy a háromszög alakú lapok száma legalább 6. Az állítás nem élesíthető, ugyanis ha két egybevágó szabályos tetraédert egy lapjuk mentén összeragasztunk, akkor  $m = l = 6$  és  $c = 5 < l$ , tehát az  $m = 6$  eset meg is valósul.