**I. megoldás:** Tekintsük a feladatot megoldottnak. A megoldást a $P$ pont helyzete szerint négy részre bontjuk.

**1.** Legyen $P$ a konvex szögtartomány belső pontja. Húzzunk párhuzamost $P$-n át a szög száraival. Legyenek a szárakon keletkező metszéspontok $A_1$, illetve $B_1$, $OA_1=b$, $OB_1=a$, és használjuk az *1. ábra* további jelöléseit is. Az $AA_1P$ és $AOB$ hasonló háromszögekből

$$\frac{x}{a}=\frac{x+b}{d-(x+b)},\quad \text{innen}\quad x^2-(d-a-b)x+ab=0,$$

vagy a $c=d-a-b$ jelöléssel $x^2-cx+ab=0$.

1993-02-062-1.eps

*1. ábra*

Ennek megoldása $x=\dfrac{c\pm\sqrt{c^2-4ab}}{2}$, amelyben $\sqrt{c^2-4ab}$ ismert módon szerkeszthető, majd $x$ is. A szerkesztés ezután úgy történik, hogy $O$-ból fölmérjük $b+x$-et az $OA_1$ szárra, így kapjuk $A$-t, amelyet $P$-vel összekötve adódik a szerkesztendő egyenes. A feladat megoldható, ha $c^2-4ab\ge 0$, és 2 vagy 1 megoldás van aszerint, hogy $c=d-a-b>2\sqrt{ab}$ vagy $d-a-b=2\sqrt{ab}$.

1993-02-062-2.eps

*2. ábra*

**2.** Most nézzük azt az esetet, amikor $P$ a konvex szögtartomány valamelyik mellékszögének belső pontja. A *2. ábra* alapján

$$\frac{x}{a}=\frac{x-b}{d-x+b},\quad \text{ahonnan}\quad x^2-(d-a+b)x-ab=0,$$

vagy $c=d-a+b$ jelöléssel: $x^2-cx-ab=0$, $x=\dfrac{c\pm\sqrt{c^2+4ab}}{2}$; csak $x=\dfrac{c+\sqrt{c^2+4ab}}{2}$ lehetséges, ezért most egy megoldás van.

**3.** Ha $P$ a konvex szögtartomány határának egy 0-tól különböző pontja, akkor $A$ és $B$ valamelyikével egybeesik. Legyen pl. $P=B$, ekkor $PO=a$ és $OA=d-a$, így $A$ megszerkeszthető. A megoldhatóság feltétele $d>a$, és ekkor egy megoldás lesz (*3. ábra*).

1993-02-062-3.eps

*3. ábra*

**4.** Ha $P$ a konvex szögtartomány csúcsszögének határán vagy annak belsejében van, nem lesz megoldás, hiszen akkor nincs olyan $P$-n átmenő egyenes, amely a konvex szög mindkét szárát metszené.

*Csermely Zoltán* (Szeged, Radnóti M. Gimn.) és
*Horvai Péter* (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn.) dolgozata alapján

1993-02-063-1.eps

*4. ábra*

**II. megoldás:** Tekintsük most is megoldottnak a feladatot. Használjuk a *4. ábra* jelöléseit. Ezen az ábrán $OA_0=OB_0=\dfrac{d}{2}$. Az $A_0$ és $B_0$ pontokban a szögszárakra állított merőlegesek metszéspontja $F$, és nyilván $A_0F=FB_0$, továbbá $\dfrac{d}{2}=OA+AA_0=OB-BB_0$, így $AA_0=BB_0$. Ezért az $FA_0A$ és $FB_0B$ derékszögű háromszögek egybevágók. Az egybevágóság következtében $AF=FB$, az $F$-ből az $AB$-re bocsátott merőleges $T$ talppontja felezi az $AB$ szakaszt. Egyenlőek továbbá az ábra ívvel jelölt szögei. Ez utóbbi miatt az $AOBF$ négyszög húrnégyszög, tehát az $F$ pont rajta van az $AOB$ háromszög körülírt körén. Mivel $F$-ből az $ABO$ háromszög oldalaira bocsátott merőlegesek talppontjai egy egyenesen – az $F$ ponthoz tartozó Simson egyenesen – vannak, azért $A_0$, $T$ és $B_0$ egy egyenesre esnek. A szerkesztést ezután a következőképpen végezhetjük: Kijelöljük a szög szárain az $A_0$, $B_0$ pontokat, majd megszerkesztjük $F$-et. A $T$ pontot az $A_0B_0$ egyenesből $PF$ Thalész-köre metszi ki, és $PT$ a szerkesztendő egyenes. Attól függően, hogy $PF$ Thalész-köre hány pontban metszi az $A_0B_0$ szakaszt, a feladatnak 2, 1 vagy 0 megoldása lesz.