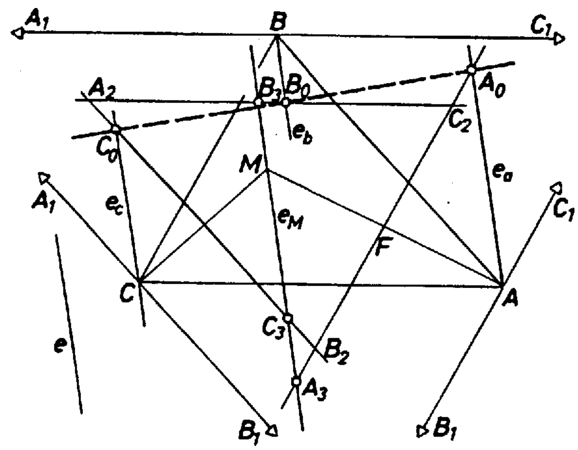
Húzzunk párhuzamost a háromszög csúcsain keresztül a szemközti oldalakkal.



A keletkezett háromszög legyen $A_1B_1C_1$. Az M pont az $A_1B_1C_1$ háromszög körülírt körének a középpontja. Legyen ennek a háromszögnek az M pontra vonatkozó, $\frac{1}{2}$ arányú középpontos hasonlósággal szerkesztett képe $A_2B_2C_2$. Így M az $A_2B_2C_2$ háromszög körülírt körének is középpontja. Az $\frac{1}{2}$ arányú kicsinyítés révén az $A_2B_2C_2$ háromszög oldalai az AM, BM, CM szakaszok felező merőlegesei. Legyenek az A, B, C és M pontokon át e-vel húzott párhuzamosok e_A, e_B, e_C és e_M. Az e_M egyenes messe az $A_2B_2C_2$ háromszög oldalegyeneseit az A_3, B_3, C_3 pontokban az *ábra* szerint. A Menelaosz-tétel alapján:

$$\frac{B_2A_3}{A_3C_2}\cdot\frac{C_2B_3}{B_3A_2}\cdot\frac{A_2C_3}{C_3B_2}=-1. \tag{1}$$

Mivel F az AM felezőpontja, az AA_0F és MA_3F háromszögek egybevágóak. Ezért $A_0F = FA_3$, és mert F a B_2C_2-nek is felezőpontja, $C_2A_0 = A_3B_2$. Így

$$\frac{B_2A_3}{A_3C_2}=\frac{A_0C_2}{B_2A_0}. \tag{2}$$

Ugyanígy megmutatható, hogy

$$\frac{C_2B_3}{B_3A_2}=\frac{B_0A_2}{C_2B_0} \tag{3}$$

és $$\frac{A_2C_3}{C_3B_2}=\frac{C_0B_2}{A_2C_0}.$$

Vegyük (1) mindkét oldalának reciprokát, és helyettesítsük az így kapott egyenletbe a (2) és (3) jobb oldalán lévő értékeket:

$$\frac{B_2A_0}{A_0C_2}\cdot\frac{C_2B_0}{B_0A_2}\cdot\frac{A_2C_0}{C_0B_2}=-1. \tag{4}$$

A (4) formula az $A_2B_2C_2$ háromszögben a Menelaosz-tétel megfordítása szerint éppen azt jelenti, hogy az A_0, B_0, C_0 pontok egy egyenesre illeszkednek.

Ujváry-Menyhárt Zoltán (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., IV. o. t.) dolgozata alapján