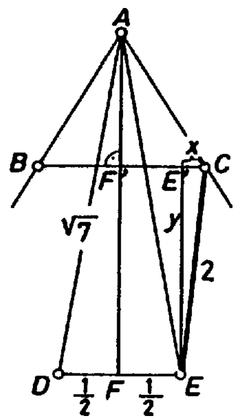
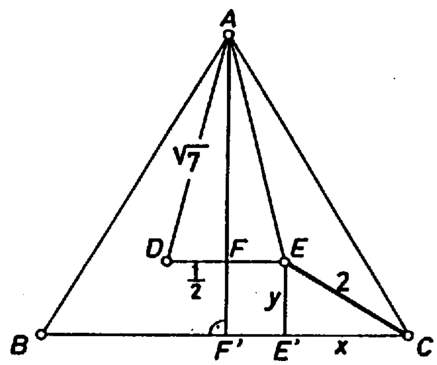
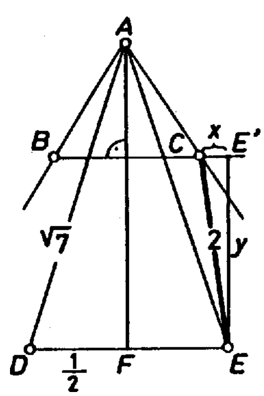
Az öt pont az *1., 2.* és *3.ábra* szerint helyezkedhet el. A feltételek alapján $AD=AE=\sqrt{7}$, és $DE=1$, továbbá $BD=CE=2$ vagy $CD=BE=2$.



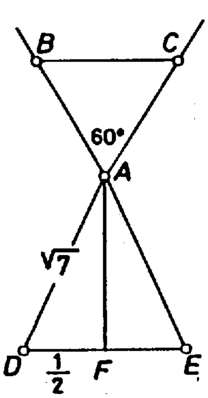
1. ábra



2. ábra



3. ábra



4. ábra

A *4. ábra* szerinti helyzet azért nem lehetséges, mert ekkor $EC > 2$ lenne. Használjuk az ábrák jelöléseit. Legyen mindegyik ábrán $E'C = x$ és $FF' = EE' = y$.

Először az *1.* és *2. ábrák* szerinti eseteket nézzük. Az ábrák alapján $AF = \frac{3\sqrt{3}}{2}$ és $AF' = \frac{\sqrt{3}}{2}(2x+1)$. Feladatunk megoldásához elegendő x-et meghatározni. Ez mindegyik ábrának megfelelően vagy az $EE'C$, vagy pedig az $EE'B$ derékszögű háromszögekből történik. Az előbbi esetben

$$x^2 + y^2 = 4, \qquad \text{a másikban pedig} \tag{1}$$

$$(x+1)^2 + y^2 = 4. \tag{2}$$

Mindkét esetben $EE' = y = |AF' - AF| = \left|\frac{\sqrt{3}}{2}(2x+1) - \frac{3\sqrt{3}}{2}\right| = \sqrt{3}|x-1|$. Ennek megfelelően (1)-ből: $x^2 + 3(x-1)^2 = 4$, (2)-ből pedig $(x+1)^2 + 3(x-1)^2 = 4$. Ezekből az egyenletekből az $x = \frac{3 \pm \sqrt{13}}{4}$, ill. az $x = 0,\ x = 1$ megoldásokat kapjuk, amelyekből $x \geq 0$ miatt az $x = \frac{3+\sqrt{13}}{4},\ x = 0$ és $x = 1$ felel meg. Ezért a szabályos háromszög $BC = 2x+1$ oldala $1,\ 3,\ \frac{5+\sqrt{13}}{2}$ lehet.

A *3. ábra* szerinti esetben annyi a változás, hogy $AF' = \frac{\sqrt{3}}{2}(1-2x)$ és $EE' = y = AF - AF' = \sqrt{3}(x+1)$. Az $EE'C$ vagy $EE'B$ derékszögű háromszögből

$$x^2 + y^2 = 4, \qquad \text{illetve} \tag{3}$$

$$(1-x)^2 + y^2 = 4. \tag{4}$$

Ezután (3), illetve (4)-ből a következő másodfokú egyenleteket kapjuk:

$$x^2 + 3(x+1)^2 = 4, \qquad \text{illetve}$$
$$(1-x)^2 + 3(x+1)^2 = 4.$$

Ezeket az egyenleteket megoldva: $x = \frac{-3 \pm \sqrt{13}}{4}$, illetve $x = 0,\ x = -1$. Mivel x nem negatív, $x = \frac{-3+\sqrt{13}}{4}$, és $x = 0$ lehetséges. Ezért a szabályos háromszög $BC = 1 - 2x$ oldala most 1 vagy $\frac{5-\sqrt{13}}{2}$ lehet.

Az eredményeket összevetve azt látjuk, hogy a feladatnak négy megoldása van: 1, 3, $\frac{5+\sqrt{13}}{2}$, $\frac{5-\sqrt{13}}{2}$.

A feltételek alapján egyébként az öt pont könnyen meg is szerkeszthető.

Kotnyek Balázs (Bp., Jedlik Á. Gimn., IV. o. t.) dolgozata alapján

Megjegyzés. Az *1.* és *2 ábrához* tartozó számításokban megengedhettük volna, hogy $F'C - F'E' = x$ negatív is legyen. Ezzel megtakaríthattuk volna a *3. ábra* szerinti számolásokat.